



DUKE  
UNIVERSITY  
LIBRARY



FRIENDS OF  
DUKE UNIVERSITY  
LIBRARY

GIFT OF

Winston Broadfoot





Digitized by the Internet Archive  
in 2011 with funding from  
Duke University Libraries

<http://www.archive.org/details/mmoiresurlesaffi00biot>





# MÉMOIRE

SUR LES

## AFFINITÉS DES CORPS

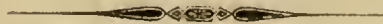
POUR LA LUMIÈRE,

ET PARTICULIÈREMENT

SUR LES FORCES RÉFRINGENTES DES DIFFÉRENS GAZ;

PAR MM. BIOT ET ARAGO.

*(Lu à l'Académie des Sciences, en 1806).*



PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

107-138

STATE OF CALIFORNIA  
COUNTY OF SAN DIEGO

10.25



## M É M O I R E

*Sur les affinités des corps pour la lumière, et particulièrement sur les forces réfringentes des différents gaz,*

Par MM. BIOT et ARAGO.

Lu le 24 mars 1806.

LES propriétés des fluides aériformes ont une grande influence sur la plupart des phénomènes physiques et chimiques; il est donc très-important de les bien connoître. En effet, si on les considère physiquement, ce sont des substances gazeuses qui forment l'atmosphère, qui, en infléchissant la lumière, produisent les réfractions astronomiques et terrestres, et qui, par leur mélange avec les vapeurs aqueuses, occasionnent tous les phénomènes de la météorologie. Sous le rapport chimique les fluides aériformes, en se combinant les uns avec les autres, donnent naissance à tous les liquides, à des corps solides même, et l'analogie conduit à penser que tous ceux qui existent aujourd'hui tels dans la nature, ont pu être primitivement dans l'état de vapeurs. Cette grande influence des substances gazeuses est même une conséquence nécessaire de leur constitution : car les particules qui les composent étant séparées par le calorique, et maintenues à des distances où leur attraction

302 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE, mutuelle n'a plus d'effet sensible, sont dans la disposition la plus favorable pour former de nouvelles combinaisons; aussi, par une suite de cette variété d'effets, les recherches que l'on peut faire sur les propriétés des gaz sont liées à presque toutes les branches des sciences naturelles. Celles que nous soumettons aujourd'hui à la classe, ont pour objet l'action que ces substances exercent sur la lumière; elles intéressent à la fois la physique, la chimie et l'astronomie : c'est sous ce triple point de vue que nous allons les considérer.

Lorsqu'un rayon lumineux traverse successivement plusieurs corps transparens, il éprouve, en entrant dans chacun d'eux, une déviation qui le détourne de sa route directe. Ce phénomène que l'on nomme réfraction varie d'intensité relativement aux différens corps. Newton a prouvé qu'il résulte d'une attraction que les corps exercent sur les molécules de la lumière, attraction seulement sensible à de très - petites distances, et, en cela, tout - à - fait analogue aux affinités chimiques. Les fluides aériformes jouissent de cette force réfringentes comme tous les autres corps, mais elle y est moins sensible à cause de leur peu de densité; cependant c'est elle, comme nous l'avons dit, qui infléchit la lumière dans l'atmosphère; aussi le pouvoir réfractif de l'air est-il un des élémens les plus délicats de la théorie des réfractions. Mais comme il étoit extrêmement difficile de le mesurer exactement par des expériences directes, les géomètres et les astronomes ont mieux aimé le déduire d'un grand nombre d'observations faites sur les hauteurs

apparentes des astres comparées à leurs positions réelles. Cependant, Hauksbée, d'après l'invitation de Newton, a fait en Angleterre quelques expériences sur ce sujet, en regardant un objet éloigné à travers un prisme qui étoit successivement vide et rempli d'air, et mesurant l'écart de ses positions apparentes dans les deux circonstances. On sent, en effet, que cet écart fait connoître la déviation éprouvée par le rayon lumineux. Mais le prisme employé par Hauksbée n'ayant qu'un très-petit angle réfringent ne produisoit qu'une réfraction pareillement très-petite; et comme d'ailleurs les différences de hauteur de l'objet ne pouvoient pas être appréciées avec la dernière exactitude, il est clair aussi que la force réfringente ne pouvoit pas être déterminée par ce moyen avec une précision assez grande pour pouvoir être employée dans les observations astronomiques : d'ailleurs on n'y avoit pas fait entrer les corrections du baromètre et du thermomètre qui, à cette époque, n'étoient pas employées; ainsi ces expériences prouvoient seulement que l'air a une force réfringente, et qu'elle est à peu près proportionnelle à sa densité. Cependant l'intérêt de la physique et de l'astronomie exigeoit que l'on cherchât à obtenir cet élément délicat par des expériences directes, faites avec tout le soin et toute l'exactitude que comportent les méthodes actuelles d'observation. Borda, qui avoit lui-même contribué puissamment à la perfection de ces méthodes en donnant aux astronomes le cercle répétiteur, s'étoit également proposé d'en faire cette utile application; il avoit même consacré près d'une année à ce travail

important, mais la mort l'a enlevé avant qu'il l'eût fini; et l'on n'a pas même pu retrouver un seul de ses résultats. Cette perte affligeante pour les sciences le devient encore davantage quand on se rappelle combien Borda mettoit d'exactitude dans ses recherches, et à quel degré éminent il possédoit cette heureuse alliance de l'observation et du calcul qui est si nécessaire dans les déterminations exactes de la physique. C'est ce travail que la classe, sur la proposition de M. Laplace, m'a chargé de reprendre en l'étendant à tous les fluides aëri-formes, et j'ai senti en m'en chargeant que j'aurois doublement à faire pour répondre à sa confiance, et remplacer dignement les résultats qu'elle regrettoit; mais comme les expériences qu'il falloit faire étoient très-déli-cates, très-pénibles, et extrêmement multipliées, j'ai engagé M. Arago, secrétaire du bureau des longitudes, à s'en occuper avec moi. Nous avons fait ensemble toutes les expériences, tous les calculs dont je vais entretenir la classe, et par conséquent les résultats qui s'en déduisent doivent être considérés comme nous étant communs à tous deux. Nous devons dire aussi la part qu'ont prise à ces résultats deux personnes dont la participation nous est trop honorable pour ne pas nous en prévaloir; ce sont les auteurs de la *Statique chimique* et de la *Mécanique céleste*. Le sujet de toutes nos recherches étoit indiqué dans leurs ouvrages; leur conversation et leurs conseils nous ont fourni les moyens de les suivre et de les terminer.

Dans les notes qui accompagnent ce mémoire, nous

détaillons les procédés dont nous nous sommes servis pour faire nos expériences, nous en discutons les diverses circonstances, nous apprécions le degré de leur exactitude, et nous ne nous arrêtons dans cet examen que lorsque les erreurs possibles sont certainement au-dessous de toutes les quantités appréciables dans les observations; ici nous nous bornerons à dire que nous avons employé le même prisme dont s'étoit servi Borda; et c'est tout ce qui soit resté de ses procédés, car on ne sait même pas comment il en faisoit usage. Ce prisme (*fig. 1*) est formé par un tube de verre très-fort, dont les extrémités taillées en biseau, très-obliquement sur son axe, sont bouchées par deux plans de glaces à faces parallèles. Son angle réfringent est de  $143^{\circ} 7' 28''$  sexagésimales; nous l'avons mesuré par la réflexion de la lumière, en observant au cercle répétiteur les angles formés par les rayons directs et réfléchis venus d'un même objet très-éloigné. Ce moyen beaucoup plus exact que tous les procédés mécaniques, nous a été suggéré par M. Laplace, et nous pouvons ainsi répondre de l'angle réfringent à quelques secondes près (1). Notre prisme, fermé hermétiquement de toutes parts, conserve parfaitement et indéfiniment le vide; il est surmonté par un baromètre qui communique avec son intérieur, et qui indique la tension de l'air ou des gaz qu'on y introduit. Les glaces qui forment ses faces, étant travaillées avec un soin extrême, ont leurs plans à fort peu

---

(1) Voyez la note I, à la fin de ce mémoire.

près parallèles. Cependant les observations nous y ont fait découvrir une très-petite inclinaison, qui produit, en général, sur le rayon lumineux, une déviation de  $16''6$ . Nous disons, en général, parce que nous y avons trouvé de légères variations occasionnées peut-être par les petites couches de vapeur ou de liquides qui s'attachoient à la surface du verre, ou enfin par d'autres causes qu'il ne nous a pas été possible d'apprécier. Cette quantité, que l'on a toujours eu soin de mesurer dans chaque expérience, est extrêmement petite, comparativement à la déviation totale qui, dans le vide, est de plus de  $6'$ , et le calcul prouve qu'elle ne fait que s'ajouter constamment aux angles observés. Pour la mesure de ces angles nous avons fait usage d'un des cercles répétiteurs de l'Observatoire. Le prisme placé devant la lunette supérieure du cercle, et tournant horizontalement sur lui-même, présentait successivement le rayon lumineux dévié des deux côtés opposés de la mire, sur laquelle la lunette inférieure du cercle étoit constamment dirigée à travers l'air (*fig. 1 et 2*). Cette disposition très-simple et dont nous nous sommes démontré l'exactitude, comme on le verra dans les notes qui accompagnent ce mémoire, permettoit de multiplier indéfiniment l'angle du rayon lumineux avec l'axe de la lunette, et de prendre ainsi cet angle en peu de temps un grand nombre de fois. Nous avons choisi pour mire l'un des paratonnerres de l'Observatoire, et nous étions nous-mêmes placés dans une salle du palais du sénat, à 1400 mètres de distance. A cet éloignement, la déviation du rayon lumineux dans le vide étoit si forte, que

le rayon passoit d'une extrémité à l'autre du fronton de l'Observatoire. Nous avons tenu un compte très-exact des variations du baromètre, du thermomètre et de l'hygromètre pendant les observations; et cela étoit indispensable, à cause de la grande influence de l'état de l'air dans tous les résultats. Enfin, nous avons calculé la route du rayon lumineux à travers le prisme en ayant égard à la diverse nature, ainsi qu'à la force élastique des gaz qui agissoient sur lui, et même au défaut de parallélisme des glaces. Nous avons développé ces formules jusqu'aux secondes puissances des réfractions, qui vu l'extrême délicatesse de nos procédés avoient encore une influence très-petite, mais cependant appréciable (1). Au reste, on sent qu'il étoit de la plus grande importance pour nous d'avoir des instrumens parfaits, et dont la marche fût rigoureusement comparable; à cet égard, ceux que nous a faits M. Fortin n'ont rien laissé à désirer. Nous devons dire que sans le secours de cet excellent artiste, sans les soins multipliés qu'il a pris pour nous aider à atteindre la dernière exactitude, nous n'aurions jamais pu terminer ces expériences: mais aussi avec la réunion de tous ces moyens, nous croyons pouvoir nous flatter d'avoir atteint un degré d'exactitude égal à celui des observations astronomiques; ce qui, dans l'état actuel des sciences, est tout ce que l'on peut exiger.

La première propriété des gaz, dont les physiciens se soient occupés, c'est leur pesanteur spécifique. Ces

---

(1) Voyez la note II, à la fin de ce mémoire.

pesanteurs ont été déterminées avec soin par MM. Lavoisier, Berthollet, Fourcroy, Davy et Kirwan ; sous ce rapport, notre travail n'ajoutera rien aux résultats connus, mais il leur donnera peut-être un nouveau degré de précision et de certitude. Nous avons pesé tous nos gaz avec une balance très-exacte, dans un ballon où l'on avoit épuisé l'air au moyen d'une excellente machine pneumatique. Nous avons toujours tenu compte du baromètre, du thermomètre et même de l'hygromètre ; car la vapeur d'eau étant moins pesante que l'air dans le rapport de 10 à 14, lorsque leurs forces élastiques sont égales, l'air saturé d'humidité pèse moins que l'air sec, ce qui influe sur les poids du ballon observés dans l'air, et par conséquent aussi sur la pesanteur spécifique de l'air et des gaz. La quantité de vapeur d'eau qui existe dans l'air lorsqu'il est saturé, est donné par une formule qui se trouve dans la *Mécanique céleste*, et que M. Laplace a déduite des expériences de Saussure et de Dalton. Il est vrai que l'air n'est pas toujours saturé d'humidité, mais l'hygromètre indique son degré de saturation ; et comme, à la température où nos pesées sont faites, il existe des expériences de Saussure qui déterminent à fort peu près les rapports des quantités d'eau vaporisées pour chaque degré de l'hygromètre, il nous a été facile, en combinant ces résultats, d'en déduire une formule qui donne les poids absolus des gaz tels qu'on les auroit observés dans le vide, à la température de la glace fondante, et sous la pression constante de 0<sup>m</sup>76.

Il est nécessaire de faire entrer dans cette formule une



petite correction dépendante de la dilatation du verre qui a ici une influence sensible, lorsqu'on pèse à une température un peu éloignée de celle à laquelle on ramène tous les résultats. Pour faire cette correction, nous avons employé la dilatation du verre égale à 0.0000262716 de son volume, pour chaque degré du thermomètre centigrade. C'est le résultat trouvé par MM. Lavoisier et Laplace, dans un travail sur la dilatation des corps solides qui malheureusement n'a pas été publié. Enfin, nous avons toujours eu l'attention de peser successivement le ballon plein et vide d'air, en laissant entre les deux opérations le moins d'intervalle possible, afin que la petite couche de vapeur aqueuse qui s'attache à la surface du verre restât la même dans ces deux circonstances; car ses variations pourroient produire un effet très-sensible sur les résultats. Mais aussi, en employant toutes ces précautions, on trouve un grand accord entre les expériences, et les résultats obtenus à différens jours, et dans des états très-différens de l'air, s'écartent à peine les uns des autres de quelques milligrammes lorsqu'ils sont ramenés à la même température et à la même pression. Nous avons ainsi obtenu avec beaucoup d'exactitude le poids des gaz et celui de l'air atmosphérique (1).

Nous avons aussi pesé le mercure avec les mêmes précautions pour comparer son poids à celui de l'air; car de ce rapport dépendent plusieurs résultats très-utiles, par exemple, la hauteur de l'atmosphère sup-

---

(1) Voyez le tableau de ces résultats dans la note III.

posée homogène qui est un des élémens des réfractions astronomiques, et le coefficient de la formule qui sert à mesurer la hauteur des montagnes par les observations du baromètre; mais cette détermination exacte du poids du mercure étoit difficile, parce que les plus légères erreurs dans l'estimation de son volume devoient avoir une influence très-considérable. Après quelques essais, nous nous sommes décidés à employer un petit matras de verre (*fig. 3*) dont le col étoit fort étroit, et dont l'orifice étoit usé à l'émeri. Nous l'avons rempli de mercure distillé qui nous avoit été donné par M. Berthollet, et que nous avons versé par de petits entonnoirs filés à la lampe, afin d'exclure plus exactement l'air intérieur en le déplaçant lentement; nous avons ensuite chauffé le matras au bain de sable, et le mercure a été tenu pendant long - temps à l'état d'ébullition, pour chasser tout l'air qu'il pouvoit contenir, et sur-tout pour enlever la petite couche de vapeur aqueuse, toujours adhérente à la surface du verre. Après cette opération, et lorsque le mercure conservoit encore une température très-élevée, nous l'avons mis sous le récipient de la machine pneumatique afin d'enlever les dernières particules d'air qui pouvoient ne s'être pas échappées, mais on n'en a remarqué aucune trace. On a ensuite laissé le matras reprendre, pendant un jour entier, la température extérieure en le remplissant peu à peu avec les mêmes précautions à mesure que le mercure se condensoit; enfin, lorsque des thermomètres très-exacts, en contact avec la surface du matras, ont

prouvé que cette condition étoit remplie, on a passé sur l'orifice une glace dépolie pour exclure tout le mercure qui excédoit le volume intérieur, et on a pesé ce volume très-exactement. Nous avons aussi pesé le matras rempli d'eau pure avec les mêmes précautions, après avoir laissé cette eau dans le vide pendant vingt-quatre heures pour exclure tout l'air qu'elle pouvoit contenir. D'après son poids, comparé à celui de l'eau contenue à la même température dans le grand ballon où nous avons pesé l'air, nous avons connu le rapport de capacité des deux ballons, et par conséquent le poids du volume d'air déplacé par le plus petit, quantité qu'il a fallu ajouter aux poids observés du mercure. Nous avons répété plusieurs fois ces diverses expériences, afin d'être assurés de leur exactitude. Avec ces données, en employant les observations du baromètre, du thermomètre et de l'hygromètre, ainsi que la dilatation du verre, telle que nous l'avons rapportée, et les dilatations de l'air et du mercure, telles qu'elles sont données par des expériences exactes, nous avons calculé le rapport des poids du mercure et de l'air pour la température de la glace fondante, et la pressive  $0^m76$ . Ce rapport est 10463, relativement à l'air parfaitement sec, et pour la latitude de Paris. D'après les formules que M. Laplace a données dans la *Mécan. cél.* on peut en déduire le coefficient barométrique, et en le rapportant au  $45^e$  degré de latitude, on le trouve égal à  $18316^m6$  pour l'air sec, et à  $18351^m8$  pour l'air saturé d'eau, de sorte que la moyenne qui convient le mieux aux observations barométriques est

312 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE,  
18334<sup>m</sup> 2 (1). Ce coefficient peut se conclure aussi, d'une manière indirecte, par des observations du baromètre faites sur les montagnes, et comparées à des mesures trigonométriques. Plusieurs physiciens ont tenté de l'obtenir par cette méthode, et sa recherche a été long-temps l'objet des voyages de MM. Deluc et Saussure dans les Alpes. En combinant leurs résultats avec des observations exactes et multipliées faites dans les Pyrénées par lui-même, M. Ramond a porté le coefficient à 18336 mètres, au lieu de 18334 que nous donne l'expérience immédiate, et il a fait voir aussi qu'en l'appliquant à la formule de M. Laplace, elle donne les hauteurs des montagnes plus exactement que toute autre, et d'une manière extrêmement approchée, en sorte que l'on peut regarder ce nombre comme le résultat définitif des observations du baromètre. Nos expériences ne feront que le confirmer, sans y apporter aucun changement; car la petite différence qui existe entre le coefficient de M. Ramond et le nôtre ne produiroit pas la valeur d'un mètre sur la hauteur du Chimborazo. Et si cet accord est une preuve sensible de l'exactitude de l'observateur et de la juste critique qu'il a mise à balancer des résultats toujours influencés par les modifications variables de l'atmosphère, il montre bien aussi l'exactitude des formules de réduction dont nous avons fait usage, et la nécessité d'y introduire toutes les circonstances minutieuses auxquelles nous avons eu égard; car, en négligeant une seule d'entre

---

(1) Voyez la note III, à la fin de ce mémoire.

elles, on se trouveroit jeté fort loin du résultat véritable que leur concours détermine.

Ces précautions n'auroient pas encore suffi, si nous n'avions trouvé le moyen d'introduire les gaz dans le ballon et sur-tout dans le prisme, sans y laisser entrer en même temps de l'air atmosphérique; et c'est ce qui est inévitable dans le procédé ordinaire, qui consiste à visser le robinet du ballon où l'on a fait le vide, sur le robinet du récipient qui contient le gaz; car de cette manière il reste toujours de l'air atmosphérique entre les deux robinets, et quoique la quantité en puisse être assez petite pour apporter peu de changement dans le poids d'un grand volume de gaz, il en résulte toujours quelque erreur, et l'effet en seroit certainement très-sensible sur la réfraction du gaz, à cause du peu de capacité du prisme où on l'introduit. Nous avons évité cet inconvénient, au moyen d'un robinet latéral extrêmement petit, et percé dans la monture même du robinet du récipient. (Voyez *fig. 1*). On commence par visser celui-ci au ballon ou au prisme, après quoi on fait le vide entre les deux robinets et on les ferme, puis on descend le récipient dans l'eau en laissant échapper l'air par le petit robinet latéral; et lorsque tout l'air est exclu, on le ferme. On passe ensuite le gaz sous le récipient comme à l'ordinaire, et en ouvrant successivement les deux robinets ils s'introduisent entre eux et dans l'intérieur du ballon ou du prisme, sans aucun mélange d'air atmosphérique. Si nous entrons dans tout ce détail, c'est pour montrer que nous n'avons négligé rien de ce qui nous paroissoit pouvoir ajouter à l'exactitude.

Cônoissant les pesanteurs spécifiques de nos gaz et les réfractions qu'ils exercent sur la lumière, nous avons conclu par le calcul leur pouvoir réfringent, comparé à celui de l'air atmosphérique. Ce que l'on entend ici par *pouvoir réfringent*, n'est pas simplement la déviation produite sur le rayon lumineux; ce n'est pas non plus l'angle qui mesure cette déviation, mais c'est l'accroissement total du carré de la vitesse ou de la force vive de la lumière après avoir éprouvé toute l'action du corps transparent. Si la fonction de la distance qui exprime l'action des corps sur la lumière étoit de même forme pour tous, et ne différoit relativement à chacun d'eux que par le produit de leur densité, et d'un coefficient constant dépendant de leur nature, la quantité que l'on appelle *pouvoir réfringent* d'un corps seroit proportionnelle à l'intensité de sa force attractive pour la lumière; mais dans tous les cas, c'est la somme de toutes les actions exercées par le corps, multipliées par l'élément de l'espace et par la densité. Ces notions exactes et rigoureuses sont conformes aux principes donnés par Newton, et par l'auteur de la *Mécanique céleste*; il nous a paru nécessaire de le rappeler, car ne n'est qu'en attachant aux choses des idées précises que l'on peut les employer, et suivre avec sûreté les conséquences qui s'en déduisent.

En appliquant ces principes à nos expériences, nous avons connu le pouvoir réfringent des différens fluides aériformes. Voici les tableaux de nos résultats :

PREMIER TABLEAU.

Observations du vide, et valeurs qui en résultent pour l'accroissement du carré de la vitesse de la lumière en entrant du vide dans l'air (Voyez la Mécanique céleste, t. IV, p. 246.)

Jours de l'observ.	BAROM. extérieur.	THERMOM. du baromètre.	THERM. de l'air.	HYGROMÈTRE.	BAROM. intérieur, au prisme.	Nombre d'observations dans la densité à ces conditions.	Déviations corrigées du défaut de parallél.	VALEURS du coefficient $\frac{2k}{n^2} (\rho)$ .
	M.	D.	D.	D.	M.		M. S.	
13 frim.	0.7625	+10.5	+10.5	. .	0.0055	20	5 48.4	0.000295499
14 . .	0.7676	+11.5	+12.0	. .	0.0076	20	5 46.9	0.000294040
26 . .	0.7664	- 1.2	+ 0.0	81.0	0.0030	20	6 4.7	0.000293984
29 . .	0.7563	- 2.75	- 1.5	91.0	0.0020	30	6 2.4	0.000295285
19 fév.	0.76095	+ 5.0	+ 6.3	83.0	0.0115	14	5 53.0	0.000296777 <sup>1</sup>
20 . .	0.7600	+ 4.9	+ 6.0	82.0	0.0110	10	5 49.6	0.000293904
4 mar.	0.7658	+ 4.4	+ 4.0	. .	0.0030	22	6 0.6	0.000295454
6 . .	0.7675	+ 3.0	+ 3.5	78.0	0.0025	20	6 3.6	0.000296433 <sup>2</sup>
7 . .	0.7660	+ 5.0	+ 5.5	78.0	0.0210	10	5 48.4	0.000293933
Moyenne de toutes ces observations . . . . . =								0.0002950343
Moyenne, si on néglige les observations du 19 février et du 6 mars, qui s'éloignent trop des autres, et sur lesquelles on a d'ailleurs des doutes fondés . . . . . =								0.0002945856
La valeur de ce coefficient, que M. Delambre a déduite de cinq ou six cents observations d'étoiles circompolaires. =								0.0002940470
La différence entre cette quantité et la seconde de nos moyennes, que nous avons adoptée . . . . . =								0.0000005386
Et la réfraction à la hauteur du pôle, à Paris, calculée par l'un ou par l'autre coefficient, ne différeroient tout au plus entre elles que d'un dixième de seconde.								
La plus grande différence qu'on trouve entre les neuf valeurs précédentes du coefficient $\frac{2k}{n^2} (\rho)$ , ne répond tout au plus qu'à une différence de 0"6 sur la hauteur du pôle à Paris, et pour la très-grande partie de ces valeurs la différence est beaucoup moindre, et ne s'élève tout au plus qu'à deux ou trois dixièmes de seconde. Au reste, notre coefficient est encore confirmé de la manière la plus sûre par les observations faites à diverses densités. Voyez le tableau de la page 323.								

<sup>1</sup> Ciel très-vaporeux; on n'a pu prendre l'angle que quatorze fois.  
<sup>2</sup> L'observation du 6 mars a été calculée, ainsi que toutes les autres, avec une déviation = 16"6; cependant ce jour-là, quoique le ciel fût très-beau, la déviation des faces a paru un peu plus forte qu'à l'ordinaire.

## SECOND TABLEAU.

*Observations sur la réfraction des différens gaz.*

Jours de l'observ.	BAROMÈTRE intérieur.	THERMOM. du barom. intérieur.	TEMPÉRAT. du gaz.	BAROM. extérieur.	THERM. du barom. extérieur.	THERM. de l'air.	HUMID.
<i>Oxigène.</i>							
29 frim.	M. 0.7686	+ D. 8.5	+ D. 0.0	M. 0.7585	- D. 6.0	- D. 6.0	D. 88.0
24 juin.	0.7655	+ 18.0	+ 18.2	0.7640	+ 18.0	+ 18.2	....
	0.0158			0.0158			
24 .....	0.7497	.....	.....	0.7482	.....	.....	.....
24 .....	0.4280	+ 20.6	+ 20.6	0.7601	+ 20.0	+ 20.6	....
	0.0175			0.0175			
	0.4105			0.7426			
<i>Azote.</i>							
7 niv..	0.7645	+ 11.0	+ 6.0	0.7635	+ 10.0	+ 10.0	93.0
26 janv.	0.7386	+ 11.5	+ 6.3	0.7388	+ 6.0	+ 7.4	90.5
<i>Hydrogène.</i>							
25 frim.	0.7540	+ 7.5	+ 2.0	0.7562	+ 1.0	+ 0.0	89.0
26 .....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	....
26 .....	0.0930	+ 0.0	+ 0.0	0.7665	- 2.0	- 0.0	82.0
26 .....	0.7540	+ 7.5	+ 2.0	0.7652	- 3.8	- 2.4	84.0
<i>Ammoniaque.</i>							
26 juin.	0.6170	+ 23.0	+ 23.0	0.7566	+ 23.0	+ 23.0	....
26 .....	0.6087	+ 23.0	+ 23.0	0.7566	+ 23.0	+ 23.0	....
27 .....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	....
27 .....	0.7482	+ 22.0	+ 22.0	0.7546	+ 22.0	+ 22.0	....
28 .....	0.6294	+ 19.7	+ 19.7	0.7606	+ 19.2	+ 19.7	....



SECOND TABLEAU.

Observations sur la réfraction des différens gaz.

NOMBRE des faces de l'angle d'observation.	DÉVIATION		VALEUR	POUVOIR réfringent. celui de l'air étant 1.	OBSERVATIONS.
	observée non corrigée du défaut de parallélisme.	observée des faces employées dans le calcul.	de $\frac{4k}{n^2} p.$		
<i>Oxigène.</i>					
40	M. S. — 0 9.0	S. + 16.6	0.0005608582	0.862586	} Observations du 24 juin, combinées indépen- damment de la dévia- tion des faces.
20	+ 0 13.0	+ 29.0	0.0005600336	0.861430	
....	.....	.....	0.0005603686	0.861825	
10	— 2 7.5	+ 29.0	0.000559563	0.8605950	
<i>Azote.</i>					
40	+ 0 22.7	+ 16.6	0.000589768	1.03290	
30	+ 0 18.8	+ 16.6	0.000591104	1.03526	
<i>Hydrogène.</i>					
20	— 2 51.4	+ 16.6	0.000286670	6.64582 .	} Observations combinées indépendamment de la déviation des faces.
....	.....	.....	0.000285540	6.61953 .	
30	— 5 29.0	+ 16.6	0.000285788	6.62529 .	
30	— 3 1.4	+ 16.6	0.000283263	6.56680	
<i>Ammoniaque.</i>					
12	+ 0 40.0	+ 23.6	0.000758085	2.15639	} Observations du 26 et du 27, combinées in- dépendamment de la déviation des faces.
10	+ 0 37.6	+ 23.6	0.000763052	2.17051 .	
....	.....	.....	0.000766317	2.17980 .	
12	+ 1 58.7	+ 23.6	0.000763825	2.17271 .	
16	+ 0 46.6	+ 23.6	0.000760469	2.16317	

Jours de l'observat.	BAROMÈTRE intérieur.	THERMOM. du barom. intérieur.	TEMPÉRAT. du gaz.	BAROM. extérieur.	THERM. du barom. extérieur.	THERM. de l'air.	HYGROM.
<i>Acide carbonique.</i>							
27 janv.	M. 0.7381	D. + 10.7	D. + 5.3	M. 0.7366	D. + 4.9	D. + 5.0	96.5
22 juin.	0.7530	+ 20.0	+ 20.0	0.7616	+ 20.0	+ 20.0	....
	0.0175			0.0175			
22 .....	0.7355	.....	.....	0.7441	.....	.....	.....
	.....			.....			
22 .....	0.4890	+ 22.0	+ 22.0	0.7638	+ 22.0	+ 22.0	.....
	0.0197			0.0197			
1 juill.	0.4693	+ 20.0	+ 20.0	0.7441	+ 20.0	+ 20.0	.....
	0.8033			0.7624			
	0.0175			0.0175			
1 .....	0.7858	.....	.....	0.7449	.....	.....	.....
.....	.....						
1 .....	0.3200	+ 20.0	+ 20.0	0.7618	+ 20.0	+ 20.0	.....
	0.0175			0.0175			
	0.3025			0.7443			
<i>Gaz hydrogène carburé.</i>							
23 mars.	0.7500	+ 13.0	+ 13.0	0.7547	+ 13.0	+ 13.0	81.0
28 .....	0.7472	+ 12.5	+ 13.5	0.7531	+ 12.5	+ 13.5	85.0

Nombres des angles de réfraction observés.	DÉVIATION observée non corrigée du défaut de parallélisme.		DÉVIATION observée des faces employées dans le calcul.		VALEUR de $\frac{4k}{n^2} \rho$ .	Pouvoir réfringent, celui de l'air étant 1.	OBSERVATIONS.
	M. S.	M.	M.				
<i>Acide carbonique.</i>							
10	+ 3 13.6	+ 16.6	0.000890291	0.99439	} Observations combinées indépendamment de la déviation des faces.		
10	+ 3 8.6	non obs.	.....	.....			
....	.....	.....	0.0009011884	1.00658			
22	+ 0 7.5	non obs.	.....	.....			
14	+ 3 45.0	+ 21.7	0.000901408	1.00680	} Observations combinées indépendamment de la déviation des faces.		
....	.....	.....	0.000897785	1.00275			
16	- 1 42.0	+ 21.7	0.000907195	1.01327			
<i>Gas hydrogène carburé.</i>							
20	+ 1 20.0	+ 16.6	0.0007036686	2.09270	} Plus carburé que le précéd.		
20	+ 0 37.6	+ 16.6	0.0006302996	1.81860			

*Nota.* La valeur de  $\frac{4k}{n^2} \rho$  donnée dans l'avant-dernière colonne, est l'accroissement total du carré de la vitesse de la lumière après avoir passé du vide dans le gaz, et lorsqu'elle a subi toute son action. (Voyez la *Mécanique céleste*, t. IV). Les nombres placés dans la seconde colonne et dans la cinquième au-dessous des hauteurs barométriques, indiquent la tension de la vapeur d'eau qu'il faut retrancher de ces hauteurs, parce que la vapeur d'eau réfracte a fort peu près comme de l'air atmosphérique à force élastique égale. Quand aux remarques rapportées dans la dernière colonne, voyez la note deuxième à la fin du mémoire.

## TROISIÈME TABLEAU.

*Pouvoirs réfringens des gaz pour la température 0 et la pression 0<sup>m</sup>76, déduits de l'ensemble des observations.*

NATURE DU GAZ.	DENSITÉ DU GAZ, celle de l'air atmosphérique étant l'unité.	VALEUR de $\frac{4k}{n^2} \rho$ .	POUVOIRS réfringens des gaz par rapport à leur densité, celui de l'air étant 1
Air atmosphérique . .	1.00000	0.0005891712	1.00000
Oxigène . . . . .	1.10359	0.000560204	0.86161
Azote . . . . .	0.96913	0.000590436	1.03408
Hydrogène . . . . .	0.07321	0.000285315	6.61436
Ammoniaque . . . . .	0.59669	0.000762349	2.16851
Acide carbonique . . .	1.51961	0.000899573	1.00476
Hydrogène carburé . .	0.57072	0.000703669	2.09270
Hydrogène plus carburé que le précédent . . .	0.58825	0.000630300	1.81860

Toutes les densités rapportées dans ce tableau sont celles qui résultent de nos propres expériences.

L'oxigène est de tous les fluides, et même de tous les corps de la nature jusqu'à présent observés, celui qui réfracte le moins. L'hydrogène est celui qui réfracte le plus. Son pouvoir réfractif est six fois et demi aussi grand que celui de l'air atmosphérique. Cette propriété de l'hydrogène avoit été prévue par M. Laplace et annoncée par lui dans un mémoire imprimé. Nous reviendrons sur ce sujet quand nous passerons aux considérations chimiques. Les pouvoirs réfringens des autres gaz sont intermédiaires entre ceux de l'hydrogène et de l'oxygène.

Nous venons de dire comment nous avons obtenu le pouvoir réfringent de l'air et des autres gaz, pour la température de la glace fondante et la pression de 0<sup>m</sup>76. Avec ces données, et si l'on suppose que le pouvoir réfringent d'un même gaz est toujours proportionnel à sa densité, c'est une simple recherche de calcul que de trouver la déviation du rayon lumineux pour un gaz pris à une pression et à une température données. La déviation ainsi calculée doit nécessairement différer de celle que l'on observe immédiatement, à cause du défaut de parallélisme des glaces; mais si la proportionnalité dont il s'agit est exacte, la différence doit être égale à l'effet de cette déviation : or cet effet peut être mesuré directement, comme nous l'avons dit plus haut; sa valeur indiquera donc la différence constante qui doit exister entre les déviations calculées et observées. En suivant cette méthode, nous avons pu examiner avec beaucoup de soin la force réfringente de l'air et des gaz à diverses densités. Notre appareil nous offroit sur-tout une grande facilité pour faire cette expérience sur l'air atmosphérique. On faisoit d'abord le vide dans le prisme, et on observoit la réfraction; puis on laissoit rentrer une petite quantité d'air dont la tension se trouvoit indiquée par le baromètre intérieur, et l'on observoit de nouveau, par le cercle répétiteur, la déviation du rayon lumineux. Cela fait, on laissoit encore rentrer une nouvelle quantité d'air; on observoit une troisième fois, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'air intérieur eût atteint le même degré de tension que l'air de

l'atmosphère : alors, laissant le prisme ouvert, on mesuroit la réfraction, qui, n'étant plus produite que par le défaut du parallélisme des glaces, faisoit connoître l'influence qu'il falloit lui attribuer. C'est ainsi que, dans l'expérience rapportée au tableau suivant, nous avons trouvé cette correction égale à 16". En procédant de cette manière, et notant toujours l'état du baromètre, du thermomètre, et de l'hygromètre, nous avons trouvé que, depuis le vide le plus parfait jusqu'au degré ordinaire de pression de l'atmosphère, la réfraction d'un même gaz quelconque est toujours rigoureusement proportionnelle à sa densité, sans que cette règle ait besoin de la plus légère modification. Voici le tableau de ces résultats :

*Observations sur la réfraction de l'air à diverses densités.*

Jours de l'observat.	BARM. extérieur.		THERM. du barom. extérieur.		BARM. intérieur.		THERM. du barom. intérieur.		Nombres d'observations dont la déviation a été corrigée.	DÉVIATION observée, affectée du défaut de parallélisme.	DÉVIATION calculée d'après le rapport des densités.	Différence ou déviation due au parallélisme.
	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M. s.	M. s.				
7 mars .	0.7662	+ 4.5	0.0050	+ 5.0	10	— 5 43.5	— 5 58.0	14.5				
7 . . .	0.7660	+ 5.0	0.0210	+ 6.0	10	— 5 31.8	— 5 48.9	17.1				
7 . . .	0.7658	+ 5.0	0.1200	+ 6.0	10	— 4 45.8	— 5 2.4	16.6				
9 . . .	0.7551	+ 4.8	0.2425	+ 4.8	20	— 3 45.0	— 4 0.9	15.9				
7 . . .	0.7654	+ 5.0	0.2830	+ 6.0	10	— 3 29.2	— 3 45.8	16.6				
9 . . .	0.7548	+ 4.8	0.4055	+ 5.4	14	— 2 29.2	— 2 44.1	14.9				
7 . . .	0.7654	+ 5.0	0.5260	+ 6.0	10	— 1 37.1	— 1 52.3	15.2				
9 . . .	0.7543	+ 4.8	0.6130	+ 4.8	20	— 0 48.6	— 1 6.3	17.7				
14 juin .	0.7630	+ 22.5	0.8007	+ 24.0	20	+ 0 34.0	+ 0 16.4	17.6				

Toutes ces observations sont calculées d'après le pouvoir réfringent de l'air déduit de nos expériences. Voyez la note II.

*Observations sur la réfraction des gaz à diverses densités.*

Jours de l'observ.	BAROM. extér.	THERM. du barom. extér.	BAROM. intér.	THERM. du barom. intér.	THERM. de l'air.	DÉVIATION observée, affectée du défaut de parallél.	DÉVIATION calculée.	DIFFÉR. ou déviat. des faces calculée.	DÉVIAT. des faces observ.
<i>Oxigène.</i>									
29 frim..	M. 0.7577	D. - 3.5	M. 0.0970	D. - 1.8	D. - 1.8	M. S. - 5 4.2	M. S. - 5 19.6	M. + 15.4	M. + 16.6
23 juin..	0.7601	+ 20.0	0.4280	+ 20.6	+ 20.6	- 2 7.5	- 2 36.2	+ 28.7	+ 29.2
	0.0175		0.0175						
	0.7426		0.4105						
<i>Azote.</i>									
1 nivose.	0.7350	+ 4.0	0.0960	+ 5.0	+ 5.0	- 4 41.8	- 5 0.1	+ 15.3	+ 16.6
<i>Hydrogène.</i>									
25 frim.	0.7665	- 2.0	0.0919	+ 10.0	+ 0.0	- 5 29.0	- 5 45.8	+ 16.3	+ 16.6
<p>Pour ces gaz et pour ceux qui ne sont pas mentionnés dans ce tableau, recourez au tableau général des pouvoirs réfringens, où la combinaison des observations faites à diverses densités donne les mêmes pouvoirs réfringens que l'observation directe.</p>									

Les résultats de ces observations sont tels qu'une quelconque d'entre elles donneroit le pouvoir réfringent de l'air et des gaz aussi exactement que celles qui ont été faites avec le vide le plus parfait. Nous pouvons donc

en conclure avec certitude, comme nous venons de le faire, que la force réfringente de l'air et des gaz, depuis la plus grande raréfaction jusqu'à la pression ordinaire de l'atmosphère, est, pour un même gaz, rigoureusement proportionnelle à la densité, lorsque la température est constante; nous avons même condensé l'air dans notre prisme jusqu'à  $0^m80$  pour obtenir des densités plus fortes, et nous avons observé à de hautes températures pour voir si le même rapport y subsiste; nous n'avons pas pu y apercevoir la différence la plus légère.

Il ne nous a pas paru que l'état de l'hygromètre eût une influence appréciable sur la force réfringente de l'air, du moins dans les températures où nous avons observé, et qui s'étendent depuis 0 jusqu'à  $25^{\circ}$  ou  $30^{\circ}$  du thermomètre centigrade. Pour éclaircir ce point important, nous avons introduit à dessein de la vapeur d'eau dans notre prisme, en mesurant sa force élastique, comme celle d'un gaz, par le moyen du baromètre intérieur, et nous avons observé sa réfraction. D'autres fois nous avons fait le vide sec dans notre prisme, avec des alkalis, et nous l'avons tenu dans cet état pendant plusieurs semaines, avec une tension moindre de  $0^m002$ , même dans des jours chauds et pluvieux, où l'air étoit saturé d'humidité, et nous avons observé la réfraction entre les courts intervalles des ondées consécutives; toujours elle a été sensiblement la même que si toute la tension extérieure et intérieure eût été produite par de l'air atmosphérique. Le calcul fait dans cette supposition avec notre coefficient ne



s'est jamais écarté de l'observation que de quantités si petites, qu'il est naturel de les attribuer aux erreurs des observations mêmes, ou du moins la différence, s'il y en a une réelle, ne pourroit être déterminée que par des expériences très-multipliées; car elle n'a jamais excédé 3" dans les circonstances les plus favorables, et 3" dans notre prisme ne feroient que 0"5 sur la réfraction à 45° de hauteur. Nous croyons donc pouvoir conclure que la force réfringente de la vapeur d'eau doit être très-peu différente de celle de l'air, ainsi que M. Laplace l'a fait voir dans le quatrième volume de la *Mécanique céleste*, d'après la considération du pouvoir réfringent de l'eau liquide. On verra plus bas des expériences qui rendent cette supposition extrêmement probable, et qui du moins permettent de l'employer comme tout-à-fait exacte dans le calcul des observations astronomiques; en conséquence nous en avons fait usage, lorsque cela a été nécessaire, pour corriger les réfractions de nos gaz de celle de la vapeur d'eau qui s'y trouvoit mêlée à l'état hygrométrique (1).

Dans le calcul des résultats que nous venons d'exposer, il a toujours fallu réduire nos gaz à une même pression et à une même température; pour cela, nous avons fait usage de cette belle loi donnée par Gay Lussac, que la dilatation est la même pour tous les gaz par des accroissemens égaux de chaleur, et qu'elle est égale à 0.00375

---

(1) Relativement à la manière de faire cette correction, voyez la note II, à la fin du mémoire.

de leur volume pour chaque degré du thermomètre centigrade. Ce nombre a été déterminé par Gay Lussac au moyen de vingt-cinq expériences qui n'ont pas différencié sensiblement les unes des autres, et qui étoient faites avec des tubes parfaitement secs et parfaitement calibrés. Il a fallu sans doute beaucoup de soins et des essais multipliés pour arriver à ce degré de précision ; mais aussi ce résultat est un des plus utiles de la physique. Il sert à chaque instant aux chimistes et aux astronomes pour réduire leurs observations. Nous croyons qu'en y joignant les pesanteurs spécifiques des gaz et leurs pouvoirs réfringens, tels que nous les donnons dans ce inémoire, on aura une connoissance exacte et assez complète de toutes les propriétés physiques des fluides aériformes.

Après avoir fait connoître les procédés qui nous ont servi dans nos expériences, et les résultats physiques qui s'en déduisent, nous allons pénétrer un peu plus avant dans leurs conséquences, et essayer de développer les rapports par lesquels ils peuvent intéresser la chimie.

On sait par quelle heureuse analogie Newton, en observant la grande force réfringente de l'eau et du diamant, fut conduit à y soupçonner la présence d'un principe combustible, supposition que la chimie moderne a depuis confirmée. L'induction qui guidoit ce grand homme dans cette circonstance, étoit beaucoup plus sûre et plus profonde qu'elle ne le paroît au premier coup-d'œil ; car, l'action des corps sur la lumière ne

s'exerçant d'une manière sensible qu'à de très-petites distances, l'intensité de cette action est nécessairement liée à la nature des particules des corps et à leur arrangement, c'est-à-dire à leurs propriétés les plus intimes; de sorte que le physicien qui observe les pouvoirs réfringens des substances pour les comparer entre eux, agit absolument comme le chimiste qui présente successivement une même base à tous les acides, ou un même acide à tous les alcalis, pour déterminer leurs forces respectives et leur degré de saturation. Dans nos expériences, la substance que nous présentons à tous les corps est la lumière, et nous évaluons l'action qu'ils exercent sur elle par leur pouvoir réfringent, c'est-à-dire par l'accroissement de force vive que l'action de leurs particules tend à lui imprimer.

Il y a même ici un avantage particulier qui ne se rencontre au même degré dans aucune autre expérience chimique: c'est l'intensité presque inconcevable de l'action des corps sur la lumière, intensité qui va quelquefois jusqu'à lui imprimer en un instant infiniment petit une vitesse double de celle qu'elle a dans l'espace, et qui au moins la modifie toujours d'une manière sensible, même dans les corps dont la force réfringente est la plus foible. Pour apprécier cet effet il suffit de considérer le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, car ce rapport indique la vitesse de la lumière modifiée par le corps transparent, lorsque l'on prend pour unité la valeur de cette vitesse dans le vide. Ainsi dans le diamant, où ce rapport surpasse 2, la

vitesse de la lumière devient deux fois plus grande; c'est-à-dire qu'elle éprouve un accroissement de plus de soixante-dix mille lieues par seconde; et cet accroissement qui ne subsiste que pendant un instant indivisible, est pareillement acquis et perdu dans un intervalle de temps infiniment petit; car l'effet de la réfraction se produit seulement près de la surface, dans une couche dont l'épaisseur est insensible. Dès que la lumière a pénétré plus avant dans le corps, l'action des couches qui sont devant elles et qui l'attirent, est contre-balancée et détruite par l'action des couches qu'elle a traversées, et qui la retiennent avec une force égale; ce qui produit l'uniformité de son mouvement, uniformité qui n'est troublée qu'à l'entrée et à la sortie des corps.

Ainsi, la diversité des vitesses imprimées à la lumière, indiquée par la différence des pouvoirs réfringens, offre une série très-étendue où tous les corps peuvent se ranger à de grands intervalles, et qui peut par conséquent servir soit pour distinguer et caractériser leur nature, soit pour suivre en quelque façon leurs traces, et reconnoître leur présence dans les combinaisons.

Par exemple, ayant reconnu par nos expériences l'action puissante de l'hydrogène sur la lumière, nous voyons que c'est la présence de ce principe dans l'eau, dans les gommes, dans les huiles, et dans les autres substances inflammables, qui leur donne cette grande force réfringente que Newton avoit si bien observée. Cette influence de l'hydrogène se retrouve éminemment dans l'ammoniaque, qui est composée d'hydrogène et d'azote.

Le pouvoir réfringent de ce gaz est double de celui de l'air et surpasse celui de l'eau.

Mais allons plus loin ; puisque chaque substance paroît porter dans ses combinaisons le caractère qui lui est propre , et même y conserver jusqu'à un certain point le degré de force avec lequel elle agissoit sur la lumière, essayons de calculer , sous ce point de vue , l'influence des principes constituans qui entrent dans un mélange ou dans une combinaison donnée.

Si nous tentions de découvrir ces rapports pour toute autre substance que la lumière , nous serions bientôt arrêtés par des obstacles invincibles qui naîtreient de la combinaison même , et du degré de condensation des principes constituans ; car , bien que l'action chimique ne s'exerce qu'à de très-petites distances , ces distances sont cependant comparables entre elles ; ainsi l'éloignement plus ou moins grand des particules ne peut manquer de faire varier son intensité. Ces variations , encore modifiées par la figure des particules , doivent compliquer extrêmement les rapports des composés avec leurs principes , et sans pouvoir en calculer les effets , on voit bien que c'est pour cela que les uns et les autres n'ont pas les mêmes propriétés : mais , s'il est permis de raisonner ici pour un moment dans le système de l'émission de la lumière , cette influence de la condensation doit être beaucoup moindre dans les actions que les corps exercent sur elle , à cause de la ténuité des particules lumineuses ; et leur petitesse extrême , par rapport aux distances qui séparent les molécules des corps ,

doit rendre moins sensibles sur elles de faibles degrés de condensation. Par conséquent les pouvoirs réfringens des corps doivent différer très-peu de ceux des principes qui les composent, à moins que ces principes n'aient éprouvé des condensations très-considérables.

Et comme toutes les forces attractives sont proportionnelles aux masses, en multipliant le pouvoir réfringent de chaque principe, par la quantité pondérale de ce principe qui entre dans la combinaison, la somme de ces résultats donnera le pouvoir réfringent du composé (1).

---

(1) Soit  $P$  le pouvoir réfringent du composé,  $P' P'' P''' \dots$  ceux de ses principes,  $x' x'' \dots$  les quantités pondérales de chacun d'eux qui entrent dans la combinaison, on aura les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} P' x' + P'' x'' + P''' x''' + \dots &= P \\ x' + x'' + x''' \dots &= 1 \end{aligned}$$

Ces équations donneront deux des quantités qu'elles renferment, quand toutes les autres seront connues. Par exemple, s'il n'y a que deux principes et que l'on connoisse  $P'$ ,  $P''$  et  $P$ , on connoitra leurs proportions; car on aura alors

$$P' x' + P'' (1 - x') = P$$

d'où

$$x' = \frac{P - P''}{P' - P''} \quad \text{et} \quad 1 - x' = \frac{P' - P}{P' - P''}$$

C'est le rapport des principes constituans à la masse totale. De même, on peut au moyen de la formule précédente, déterminer le pouvoir réfringent de l'air atmosphérique d'après les proportions de ses principes constituans. En effet, on sait que l'air atmosphérique contient 0.21 d'oxygène en volume, le reste étant un mélange d'azote, d'acide carbonique, et peut-être de quelques autres gaz dans des proportions très-petites, mais qui ne sont pas encore bien connues. Pour plus de simplicité, nous n'aurons égard qu'à l'azote et à l'acide carbonique, et nous supposerons 0.784 du premier, et 0.006 du

Cette loi est très-bien confirmée par les phénomènes, et jusques dans ses écarts mêmes, si toutefois ils ne sont pas dus aux erreurs des expériences, elle s'accorde avec les considérations que nous venons d'exposer.

Quand il n'y a qu'un simple mélange sans combinaison intime, le pouvoir réfringent observé est exactement égal à celui que le calcul donne, d'après la nature et

second; ces quantités étant toujours comptées en volumes. Nous adoptons ces proportions parce qu'elles accordent les densités que nous avons trouvées par nos expériences. En effet, en multipliant respectivement ces densités par les nombres précédens, on trouve qu'un volume d'air atmosphérique contient en poids

Oxigène . . . . .	0.231755
Azote . . . . .	0.759797
Acide carbonique . . . . .	0.009118
	1.000670

De sorte que l'erreur qui en résulte est extrêmement petite. Maintenant si l'on multiplie chacune de ces quantités par le pouvoir réfringent qui lui correspond, on trouvera pour

L'oxigène . . . . .	0.199682
L'azote . . . . .	0.786238
L'acide carbonique . . . . .	0.009157
	$P = 0.995077$

La somme de ces nombres exprime le pouvoir réfringent de l'air atmosphérique déduit de ses principes constituans : elle devrait se trouver égale à l'unité pour être parfaitement exacte. L'erreur est donc égale à 0.004923, ou environ 5 millièmes de la valeur totale; elle ne produiroit pas 0"3 sur la hauteur du pôle à Paris, et cette différence peut provenir des erreurs presque inévitables des expériences, car le résultat précédent dépendant de la pesanteur spécifique des gaz, de leur pureté, et des réfractions qu'ils produisent, se trouve lié à un grand nombre d'opérations où les erreurs peuvent s'accumuler.

332 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE, les proportions des principes constituans; ainsi la réfraction de l'air atmosphérique est exactement celle que doit produire un mélange de 0.21 d'oxygène en volume, avec 0.784 d'azote et 0.006 d'acide carbonique. En calculant cette réfraction d'après la quantité de ces principes, on l'obtient aussi exactement que par l'observation directe.

Cette loi se maintient encore, et s'étend avec la même précision, relativement aux combinaisons dans lesquelles la condensation n'est pas très-forte; dans le gaz ammoniacque, par exemple, les principes constituans, qui sont l'azote et l'hydrogène, ne sont réduits qu'à la moitié de leur volume total par l'effet de la condensation (1). La réfraction observée de ce gaz est exactement celle qui convient à un mélange de 0.797 d'azote en poids, et de 0.203 d'hydrogène. Les expériences très-

(1) Le poids du gaz ammoniacque contenu dans le ballon à zéro de température, et sous la pression 0<sup>m</sup>76, est . . . . . 4<sup>e</sup>32794  
 En prenant un cinquième de ce poids on aura le poids de l'hydrogène que contient ce volume, ou . . . . . 0<sup>e</sup>86559  
 Et les quatre cinquièmes restans sont le poids de l'azote . . . 3<sup>e</sup>46235  
4<sup>e</sup>32794

En divisant chacun de ces poids par celui du ballon plein du même gaz, on aura le volume que chacun d'eux occuperait s'il n'étoit pas combiné. On aura ainsi

$$\begin{aligned} \text{Volume de l'hydrogène} &= \frac{0.86559}{0.53104} = 1.6300 \\ \text{Volume de l'azote} \dots &= \frac{3.4623}{7.0292} = 0.4926 \end{aligned}$$

Donc les deux gaz qui, combinés dans l'ammoniacque, ne forment qu'un volume égal à l'unité, avoient auparavant un volume = 1.6300 + 0.4926 = 2.1226, c'est-à-dire un peu plus que double.



exactes de M. Berthollet, répétées depuis par M. Davy avec sa précision ordinaire, ont donné  $\frac{1}{5}$  ou 0.200 d'hydrogène. La différence 0.003 est extrêmement petite, et tout-à-fait dans les limites des erreurs des expériences; car on connoît à peine la composition de l'air atmosphérique avec ce degré de précision (1). Peut-être même cette différence doit-elle être entièrement attribuée à la grande difficulté d'obtenir le gaz hydrogène parfaitement pur, et de connoître son pouvoir réfringent avec la dernière exactitude; mais on n'en voit pas moins par cet exemple, que si la composition de l'ammoniaque eût été ignorée, et que l'on eût seulement connu la nature de ses principes, on auroit pu, au moyen des pouvoirs réfringens, déterminer leurs rapports aussi-bien que par l'analyse chimique; et le parfait accord de ces résultats obtenus par des moyens si différens, montre bien que la loi que nous examinons, ne s'écarte pas beaucoup de la vérité.

Cette loi se maintient encore par rapport à une combinaison beaucoup plus forte, beaucoup plus intime, qui est l'eau; mais, d'après les expériences de Newton sur la force réfringente de ce liquide, expériences que nous avons vérifiées, il paroît qu'elle y éprouve une légère

---

(1) Ce résultat est calculé par la formule de la page précédente. On a ici

$$P = 2.16851; \quad P' = 6.61436; \quad P'' = 1.03408$$

Et comme il n'y a que deux principes constituans, la quantité pondérale du gaz hydrogène est

$$x' = \frac{P - P''}{P' - P''} = \frac{1.13443}{5.58028} = 0.203$$

334 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE ;  
 altération, occasionnée peut-être par la grande condensation des principes constituans. La force réfringente de l'eau, calculée d'après les proportions données par Humboldt et Gay Lussac, dans leur excellent *Mémoire sur l'eudiométrie*, est 1.5749, celle de l'air atmosphérique étant 1 : suivant Newton, et suivant nos propres expériences, elle seroit 1.7225, par conséquent plus forte que la précédente, environ de la neuvième partie de sa valeur totale. Tel seroit donc aussi l'accroissement produit par la condensation dans la force réfringente, et si la différence qui se trouve entre l'expérience et le calcul est réellement due à cette cause, bien loin d'en être surpris, on devroit plutôt s'étonner qu'elle ne soit pas plus considérable, quand on songe à l'énorme condensation que l'hydrogène et l'oxigène éprouvent lorsqu'ils sont ainsi combinés. L'accord qui règne, à cet égard, entre le calcul et l'expérience, montre donc encore avec plus d'évidence l'influence mesurable des principes constituans des corps sur les pouvoirs réfringens de leurs composés (1).

---

(1) Ce résultat est encore calculé par la même formule qui nous a servi pour l'ammoniaque. Les expériences de Humboldt et de Gay Lussac donnent pour la composition de l'eau deux parties d'hydrogène et une d'oxigène en volume. D'après cette proportion et le poids des deux gaz tels que nous les avons rapportés, on peut aisément conclure qu'un poids d'eau égal à 1 est composé ainsi qu'il suit :

Hydrogène . . . . .	0.117154
Oxigène . . . . .	0.882958

En multipliant la première de ces deux quantités par 6.61436, pouvoir

Ces résultats confirment une supposition adoptée par l'auteur de la *Mécanique céleste*, dans sa théorie des réfractions atmosphériques, c'est que le pouvoir réfringent de la vapeur d'eau est le même que celui de l'eau liquide. En effet, nous venons de voir que le pouvoir réfringent de l'eau diffère très-peu de celui qui résulte de ses principes constituans, dans la proportion où ils s'y trouvent combinés : or, puisque dans le passage d'un de ces états extrêmes à l'autre, la force réfringente n'éprouve qu'une variation peu considérable, elle en doit éprouver une bien moindre encore dans le passage de l'état liquide à l'état de vapeur, qui forment deux termes infiniment plus rapprochés ; on peut donc supposer le pouvoir réfringent de l'eau égal à celui de la vapeur, et alors, pour calculer les réfrac-

réfringent de l'hydrogène, la seconde par 0.86161, pouvoir réfringent de l'oxigène, on trouve pour résultats les nombres 0.77490 et 0.76077, qui, étant ajoutés, donnent 1.53567 pour le pouvoir réfringent de l'eau, calculé d'après ses principes constituans.

Suivant Newton, *Optique*, livre II, lorsque la lumière passe du vide dans l'eau, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction est  $\frac{529}{396}$  : et cette valeur est très-exacte, comme nous nous en sommes assurés par l'expérience. En quarrant ce rapport et retranchant l'unité du résultat, on aura l'accroissement de la force vive de la lumière, qui sera 0.78451 ; il ne reste plus qu'à diviser ce nombre par la densité de l'eau à zéro, qui est 773, celle de l'air étant 1, et par la force réfringente de l'air qui est, selon nos expériences, 0.0005891712, et à laquelle nous comparons toutes les autres.

On aura ainsi  $\frac{0.78451}{7730.0005891712}$  ou 1.7225 pour la force réfringente de l'eau, conclue de l'observation directe. Généralement pour comparer les résultats de Newton aux nôtres, il faut les calculer comme le précédent.

tions que cette dernière doit produire, il suffit d'avoir égard à sa densité qui est  $\frac{1}{14}$  de celle de l'air à force élastique égale, et à sa quantité qui est déterminée par la double indication de l'hygromètre et de la température. En opérant ainsi, on voit, comme l'a montré M. Laplace, que la vapeur d'eau doit réfracter à très-peu près autant que l'air atmosphérique à force élastique égale, l'excès de sa force réfringente 1.7225 étant presque compensé par sa densité qui est moindre que celle de l'air, en sorte que leur produit est peu différent de l'unité: et l'on peut même remarquer que la vapeur n'existant jamais qu'en très-petite quantité dans l'atmosphère, une légère erreur sur l'évaluation de son pouvoir réfringent ne seroit d'aucune influence dans les observations astronomiques, à tel point que l'on pourroit même employer, sans une grande erreur, le pouvoir réfringent qui résulte de la combinaison des gaz: d'où l'on voit, à plus forte raison, qu'en partant de celui de l'eau liquide, ce qui est plus exact, on n'a absolument aucune erreur à craindre, du moins dans les limites de température où se font toujours les observations. Seulement il seroit utile de vérifier avec beaucoup de précision le rapport des densités de l'air et de la vapeur, qui a ici une grande influence, quoique déjà le rapport  $\frac{1}{14}$  paroisse extrêmement approché. Avec ces données nous avons eu égard à la vapeur d'eau, lorsque cela est devenu nécessaire, dans le calcul des pouvoirs réfringens des gaz différens de l'air atmosphérique.

On auroit lieu d'être surpris si nous n'avions pas soumis à nos expériences le gaz acide carbonique, dont la composition a été donnée par Lavoisier. Nous étions d'autant plus intéressés à l'essayer que le carbone qui en fait la base, entre dans la composition d'une infinité de substances; d'ailleurs, la réfraction du diamant ayant été observée par Newton, nous pouvions la comparer à celle du carbone, déduite de l'acide carbonique, et vérifier ainsi un des résultats les plus curieux de la chimie moderne. Cette recherche étoit donc, soit par elle-même, soit par ses conséquences, une des plus importantes que nous pussions nous proposer. Voici maintenant les résultats qu'elle nous a offerts.

Le pouvoir réfringent du gaz acide carbonique, d'après nos expériences, est égal à 1.00476, celui de l'air atmosphérique étant l'unité. En admettant, d'après les expériences de Lavoisier, que ce gaz est composé de 0.76 oxygène en poids, et 0.24 carbone, supposition jusqu'à présent la plus probable, et qui est au moins très-approchée, on trouve le pouvoir réfringent du carbone égal à 1.4581, c'est-à-dire moindre que celui de l'eau (1). Toute autre proportion dans laquelle on

(1) Le pouvoir réfringent de l'oxygène, multiplié par 0.76,	
donne . . . . .	0.65482
Le pouvoir réfringent de l'acide carbonique, . . . . .	1.00476
Différence . . . . .	0.34994

Cette différence étant divisée par 0.24, donne 1.4581 pour le pouvoir réfringent du carbone.

Ce résultat est subordonné aux proportions de carbone et d'oxygène qui  
 1806. *Premier semestre,* 43

338 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE, feroit entrer moins d'oxigène, donneroit au carbone un pouvoir réfringent encore plus foible; mais on peut aisément prouver que celle que nous lui attribuons ici est à fort peu près exacte.

En effet, il existe un moyen très-simple de la vérifier; c'est de voir si en la combinant avec les pouvoirs réfringens des autres substances gazeuses, tels qu'ils sont donnés par l'observation directe, on obtient réellement les pouvoirs réfringens des corps, soit liquides, soit solides, qui contiennent du carbone, et dans lesquels on connoît d'ailleurs, par une analyse au moins approchée, la nature et les rapports des principes constituans.

C'est ici que se fait sentir le besoin d'expériences sur la composition des corps, et le très-petit nombre de celles auxquelles on peut se fier avec certitude, fait vivement regretter que la chimie soit si peu avancée sur cet objet. Cependant nous avons encore été assez heu-

---

entrent dans la composition de l'acide carbonique. M. Berthollet a annoncé depuis long-temps que les proportions données par Lavoisier devoient être inexactes à cause de l'hydrogène que le charbon contient, et dont il est impossible de le dépouiller par le feu. Le fils de cet illustre chimiste vient de confirmer son opinion par une expérience décisive. En faisant passer du soufre en vapeur sur du charbon calciné au feu de forge, il lui a encore enlevé une très-grande quantité d'hydrogène, et le charbon ainsi épuré a présenté dans sa combustion des caractères particuliers qu'on ne lui connoissoit pas. Les nouvelles proportions que M. Berthollet fils va déduire de cette expérience, relativement à la composition de l'acide carbonique, altéreront sans doute la valeur précédente de la force réfringente du carbone; mais il est facile de voir qu'elle deviendra encore plus petite, puisque, suivant l'estimation actuelle, on suppose dans l'acide carbonique plus d'oxigène que le charbon n'en absorbe réellement.

reux, puisque nous avons pu appliquer ce genre d'épreuve à quelques exemples, où nous combinons des analyses faites par MM. Lavoisier, Berthollet, Fourcroy et Vauquelin, avec des observations de Newton sur les pouvoirs réfringens.

Le premier de ces exemples est relatif aux huiles fixes, particulièrement à l'huile d'olive. Lavoisier en a donné la composition ; suivant lui, elle est composée de 0.21 d'hydrogène en poids, et 0.79 de carbone. Il est possible que cette analyse ne soit pas rigoureusement exacte, peut-être les huiles fixes contiennent-elles un peu d'oxygène ; mais, dans tous les cas, on peut sans crainte regarder ce résultat comme très - approché. En combinant, suivant ces rapports, le pouvoir réfringent de l'hydrogène, que nos observations donnent, et le pouvoir réfringent du carbone, tel qu'on le conclut de l'acide carbonique ; on trouve le pouvoir réfringent de l'huile d'olive égal à 2.5382, celui de l'air étant 1. Les observations de Newton donnent pour ce même pouvoir réfringent 2.7684 ; la différence de l'observation et du calcul est  $\frac{1}{12}$  de la valeur totale, et elle se trouve dans le sens que la condensation paroîtroit indiquer. Cet accord est donc une vérification de la valeur que nous avons assignée plus haut, pour le pouvoir réfringent du carbone (1).

L'analyse de l'alcool, faite aussi par Lavoisier, offre encore le moyen de faire une épreuve semblable.

---

(1) Ce résultat et les suivans sont calculés par la formule de la page 330, et d'après les nombres contenus dans le tableau de la page 320.

Suivant cet excellent chimiste, ce liquide contient 0.544 d'oxygène, en poids, 0.166 d'hydrogène, et 0.29 de carbone. En calculant le pouvoir réfringent de l'alcool d'après ces rapports, on le trouve égal à 1.9894, celui de l'air étant 1; les expériences de Newton, que nous avons vérifiées, donnent 2.2223: la différence est moindre que  $\frac{1}{9}$  de la valeur totale, toujours dans le sens déterminé par la condensation.

Enfin, nous pouvons aussi essayer nos résultats sur un corps solide, en employant l'analyse de la gomme donnée par MM. Fourcroy et Vauquelin dans leur travail sur les substances végétales, analyse qui, comme les précédentes, est sinon rigoureusement exacte, au moins déjà très-rapprochée. Suivant ces chimistes, une partie de gomme contient 0.6538 d'oxygène, 0.1154 d'hydrogène, et 0.2308 de carbone; d'après ces données le pouvoir réfringent de la gomme déduit du calcul est 1.6931. D'après Newton, il est 1.8826, la différence est environ  $\frac{1}{9}$ , dont l'expérience de Newton excède le résultat conclu de la composition chimique.

Toutes les autres substances dans lesquelles entre le carbone, concourent avec les précédentes à lui donner une force réfringente peu considérable, et telle que nous l'avons assignée. Sans pouvoir appliquer à toutes un calcul rigoureux, puisque l'on n'a pas leur analyse exacte, on peut cependant observer que les valeurs de leurs pouvoirs réfringens s'accordent à les placer dans l'ordre indiqué par l'influence combinée de leurs élémens; de sorte, par exemple, que la réfraction est plus forte où l'hy-



hydrogène domine, moindre où domine le carbone, et moindre encore lorsque l'oxygène est le principe le plus influent; ainsi l'éther a une force réfringente plus grande que l'alcool, et l'essence de térébenthine en a une plus forte que les huiles fixes. Le pouvoir réfringent de l'hydrogène carburé est beaucoup moindre que celui de l'hydrogène pur, et il s'affoiblit à mesure que la proportion du carbone augmente. Ces aperçus ne suffiroient pas à eux seuls pour donner la mesure de cette influence, mais ils acquièrent une très-grande force lorsqu'ils viennent si bien à l'appui des résultats conclus par un calcul rigoureux.

Maintenant, si l'on calcule le pouvoir réfringent du diamant d'après les expériences de Newton, on le trouve exprimé par 3.1961, celui de l'air étant 1. Cette valeur est plus que double de 1.4581 que nous venons de trouver précédemment pour la force réfringente du carbone, et l'on ne sauroit l'introduire dans la combinaison des expériences sans de grandes erreurs: d'où il paroît que le diamant n'est pas du carbone pur.

On ne doit pas opposer à ce résultat l'effet présumé de la condensation pour augmenter la force réfringente; car cet effet, s'il est réel, paroît n'avoir qu'une fort petite influence, comme le prouve l'accord très-approché de l'expérience et du calcul relativement aux substances que nous venons d'examiner; et si, par exemple, dans l'eau où la combinaison réduit les gaz constituans à un volume plus de 2000 fois moindre, l'effet d'une si énorme condensation ne produit qu'un accroissement

de  $\frac{1}{9}$  sur la force réfringente, peut-on admettre que cet accroissement acquière tout-à-coup une valeur neuf ou dix fois plus grande dans le passage à l'état solide, qui n'exige plus qu'une condensation incomparablement moindre? Ce que nous disons ici pour l'eau, s'applique également aux huiles fixes et à l'alcool, où le carbone conserve encore sa faible action sur la lumière. Mais ce qui le prouve bien mieux encore, c'est l'exemple de la gomme arabique qui est aussi un corps solide, et dans lequel on ne voit pas croître le pouvoir réfringent d'une manière aussi disproportionnée par l'effet de la condensation. Enfin s'il étoit besoin d'autres exemples, la cire, qui est pareillement solide, devrait réfracter bien plus que l'huile de térébenthine, car elle contient plus de carbone; au contraire elle réfracte beaucoup moins, et, à plus forte raison, son pouvoir réfringent est-il inférieur à celui du diamant.

Que peut-on conclure des rapprochemens que nous venons de faire, si ce n'est que le diamant n'est pas du carbone pur, et que sa grande force réfringente y décèle la présence de l'hydrogène, cause la plus puissante du pouvoir réfringent des corps?

En partant des observations de Newton, on trouve que le diamant devrait contenir 0.33706 ou plus du tiers de son poids d'hydrogène pour satisfaire à sa grande force réfringente. En réduisant ce nombre proportionnellement aux petites différences que nous avons remarquées entre le calcul et la théorie, on le rameneroit à 0,25 ou  $\frac{1}{4}$ , mais on ne peut le diminuer davantage sans se trouver en con-

tradiction avec ce que toutes les autres substances paroissent indiquer. Telle est la conséquence à laquelle nous sommes parvenus, et elle paroît de nature à mériter qu'on la vérifie par une expérience directe, c'est-à-dire par l'analyse du diamant faite de nouveau avec tous les soins que nos soupçons sur la présence de l'hydrogène peuvent motiver.

Mais avant de terminer ces considérations, nous devons rappeler encore à l'attention des chimistes l'importance de ces recherches exactes sur la composition des corps. C'est à eux que nous devons nous adresser pour obtenir des résultats précis qui nous permettent de suivre encore l'influence des pouvoirs réfringens dans d'autres substances bien connues ; car, en appliquant les principes précédens à des analyses défectueuses, ou à des réfractions mal observées, on se trouveroit fort éloigné des résultats véritables. De notre côté, nous ne négligerons rien pour multiplier nos observations sur les corps solides, les liquides et les vapeurs, et peut-être devrons-nous encore quelque résultat utile à l'heureuse analogie que nous a dévoilée Newton. Ces recherches paroissent déjà assez certaines pour offrir un moyen de vérifier jusqu'à un certain point les analyses chimiques des corps transparens, et c'est peut-être un résultat assez singulier en lui-même que l'on puisse pénétrer si avant dans la composition des corps, et reconnoître d'une manière si approchée la nature et les proportions de leurs principes, avec le seul secours du cercle répétiteur.

Les rapprochemens que nous venons de faire sont

344 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE ,  
extrêmement favorables au système de l'émission de la lumière, et paroissent contraires à celui des ondulations. En effet, dans le premier système , on conçoit bien que les pouvoirs réfringens des composés doivent dépendre de ceux de leurs principes. La combinaison des forces attractives doit se faire proportionnellement aux masses, et le peu d'influence de la condensation prouve seulement le prodigieux éloignement des particules de la lumière, ainsi que leur finesse extrême relativement aux particules des corps et aux distances qui les séparent ; circonstances qui sont déjà indiquées par beaucoup d'autres phénomènes. Mais si l'on veut supposer avec Huygens et les partisans de sa doctrine, que la lumière est produite par les vibrations d'un milieu très-élastique sans transmission de matière, on ne conçoit plus rien à ce rapport si simple des composés avec les composans. On peut même dire, sans trop s'avancer, que ce rapport devient tout-à-fait impossible ; car la condensation ou la dilatation des milieux doivent nécessairement avoir une influence très-compiquée sur la marche, la direction, la vitesse des ondes lumineuses qui s'y propagent ; et quelle ne doit pas être cette influence dans le passage de l'état gazeux à l'état liquide, lorsque les principes constituans se trouvent réduits à un volume deux ou trois mille fois moindre que leur volume primitif, ainsi que cela a lieu, par exemple, dans la composition de l'eau !

La possibilité de déterminer les pouvoirs réfringens des corps d'après leur composition chimique, fait encore

présumer que l'on pourra opérer de même relativement à leurs facultés dispersives. On sait que la lumière, en traversant les corps solides ou liquides, s'y brise et s'y décompose en une infinité de rayons diversement colorés. Cet effet, que l'on nomme la dispersion de la lumière, n'a pas la même intensité dans les différens corps; il n'est pas non plus proportionnel à leurs forces réfringentes; car des substances qui réfractent également les rayons moyens, réfractent et dispersent inégalement les rayons extrêmes, et c'est même par un heureux emploi de cette inégalité que l'on est parvenu à faire des lunettes achromatiques: cependant ces deux phénomènes paroissent liés dans leur principe; car, en général, les forces réfringentes et dispersives croissent et diminuent ensemble, quoique dans des rapports différens. On sait même que relativement à chaque rayon la loi de la réfraction se maintient sous les différens degrés d'obliquité; en sorte que les sinus d'incidence et de réfraction d'un même rayon sont entre eux dans un rapport constant, qui varie seulement suivant la couleur du rayon et la nature du corps. Ces phénomènes semblent indiquer que les molécules des corps n'ont pas une action égale sur toutes les molécules de la lumière, et qu'elles attirent les unes avec une plus grande, les autres avec une moindre intensité. Alors tout ce que nous avons dit relativement à la combinaison des pouvoirs réfringens moyens, étant appliqué séparément à chaque rayon, fera connoître les changemens de la force réfringente qui lui est particulière, et l'on pourra calculer

le pouvoir dispersif d'un mélange ou d'une combinaison chimique, d'après la nature et les proportions de ses principes constituans. De cette manière, en observant la dispersion dans les liquides, on connoîtra celle qui a lieu dans les gaz, où elle ne peut pas être aperçue directement à cause de leur peu de densité (1). On aura ainsi la force dispersive de l'air atmosphérique d'après celles de l'oxygène et de l'azote; et l'on pourra par conséquent s'assurer si elle a quelque influence sensible, soit sur la coloration des nuages, des montagnes, et en général sur les réfractions atmosphériques au dessous de l'horizon, soit sur les lieux des étoiles et des planètes, dont la lumière est colorée. La recherche de ces résultats exige un grand nombre d'expériences très-exactes que nous n'avons pas encore pu faire, mais nous avons cru devoir les indiquer ici, parce qu'elles sont une conséquence pour ainsi dire nécessaire des résultats précédens.

Ceci nous conduit naturellement à considérer les applications de notre travail à l'astronomie. Le pouvoir

---

(1) Pour observer exactement la réfraction dans les liquides, il faut employer un prisme dont l'angle réfringent soit fort petit, comme de 3 ou 4 degrés; alors la dispersion est insensible, même dans les lunettes, et l'on peut observer la route du rayon lumineux avec la dernière précision. On n'auroit pas cet avantage en employant des angles réfringens plus considérables, et la décomposition de la lumière altérerait trop la forme des objets pour qu'on pût observer exactement. Il faut donc réserver ces grands angles pour le cas où l'on veut observer la dispersion après que la réfraction est connue. Au reste, la petitesse des angles ne peut pas être regardée comme nuisible à l'exactitude, lorsqu'on les mesure par la réflexion de la lumière et au moyen du cercle répéteur, comme nous l'avons pratiqué.

réfringent de l'air atmosphérique, qui se trouve donné par nos expériences, est, comme nous l'avons dit, un des élémens les plus délicats de la théorie des réfractions. M. Delambre, qui s'est appliqué depuis long-temps à déterminer avec exactitude tous les résultats importants de cette science qu'il a si fort avancée, vient encore de faire sur ce sujet de nouvelles recherches pour ses tables du soleil, d'après les formules de M. Laplace, et en comparant plus de cinq cents observations. Il a trouvé ainsi qu'à la température de la glace fondante, et sous la pression  $0^m76$ , l'accroissement du carré de la vitesse de la lumière, lorsqu'elle passe du vide dans l'air, est  $0.000294047$ ; sa vitesse propre dans le vide étant prise pour unité (1). Nos expériences donnent cet accroissement dans les mêmes circonstances égal à  $0.0002945856$ . La différence qui existe entre ce résultat et celui de M. Delambre, feroit à peine  $\frac{1}{10}$  de seconde sur la position des astres observés à  $45^\circ$  de hauteur.

Un autre résultat non moins utile, et que nous croyons avoir établi d'une manière rigoureuse, c'est l'exacte proportion de la force réfringente de l'air à sa densité. On voit par nos expériences que cette proportion subsiste depuis les dernières raréfactions de l'air jusqu'à une pression de  $0^m80$ , la plus grande que nous

---

(1) C'est la valeur du coefficient  $\frac{2k}{n^2} \rho$  employé dans la *Mécanique céleste*, t. IV, p. 246. Le double de cette quantité où  $\frac{4k}{n^2} \rho$  est l'accroissement total du carré de la vitesse, lorsque la lumière a pénétré dans l'air d'une quantité sensible et a déjà subi toute son action.

ayons pu éprouver dans notre prisme, et par toutes les températures, depuis 4 ou 5 degrés au dessous de la glace fondante jusqu'à 28 ou 30 degrés du thermomètre centigrade, comme le prouvent les observations faites à des jours différens; quoique ces expériences n'aient pas pu être faites dans des limites plus étendues, l'accord parfait qui règne entre tous leurs résultats, ne permet pas de douter que la loi qui s'y observe ne se soutienne beaucoup plus loin. On peut même, jusqu'à un certain point, tirer, à cet égard, quelque induction des expériences mêmes; car, par exemple, si l'accroissement ou la diminution de la chaleur devoient, après un certain terme, avoir quelque influence sur la force réfringente de l'air, autrement que par le changement qui en résulte dans sa densité, on devroit certainement reconnoître déjà cette influence dans les températures ordinaires, lorsque l'on opère à de grandes raréfactions; car, à température égale, la quantité de chaleur combinée qui existe dans l'air, lorsqu'il est raréfié jusqu'à une pression de deux ou trois millimètres, est, relativement à sa masse, incomparablement plus grande que celle qui existe aussi combinée dans le même air sous la pression de 0<sup>m</sup>76; et puisque les expériences ne font apercevoir, à cet égard, aucune différence entre les forces réfringentes de l'air raréfié et condensé, il devient extrêmement probable que cette force ne varie qu'avec la densité de l'air, et précisément dans le même rapport, indépendamment de la quantité de chaleur qui peut s'y trouver en combinaison. Cette loi doit donc s'étendre depuis la surface de la terre jus-



qu'aux limites de l'atmosphère, et l'on peut l'admettre avec sûreté dans les observations astronomiques, en supposant que la composition chimique de l'air soit par-tout la même.

Nous avons aussi mis beaucoup de soin à déterminer exactement les pesanteurs spécifiques de l'air et du mercure, parce que le rapport de ces pesanteurs détermine deux élémens que l'on n'avoit jusqu'à présent obtenus que d'une manière indirecte, savoir la hauteur de l'atmosphère supposée homogène, laquelle entre dans la théorie des réfractions, et le coefficient qui sert à mesurer l'élévation des montagnes par les observations du baromètre (1). Il résulte de nos expériences qu'à la température de la glace fondante, sous la pression  $0^m76$ , et pour la latitude de  $45^\circ$ , la pesanteur spécifique du mercure est à celle de l'air sec comme  $10467$  est à  $1$ , ce qui donne  $7954^m9$  pour la hauteur de l'atmosphère supposée homogène, et  $10334^m$  pour le coefficient de la formule qui sert à mesurer les élévations des montagnes par les observations barométriques.

Nous croyons pouvoir encore déduire de nos recherches une autre vérité assez utile, mais elle exige que nous rapportions les résultats généraux trouvés par les physiciens et les chimistes, sur la nature et la constitution de l'atmosphère.

M. Cavendish est le premier qui ait cherché à établir que les proportions des deux élémens de l'air atmos-

---

(1) Voyez la *Mécanique céleste*, t. IV, p. 245.

phérique sont constantes, malgré la distance des lieux et la différence de la température. Les observations faites depuis par de Marty en Espagne, par M. Berthollet en Egypte et en France, par Davy en Angleterre, et par Beddoes, sur de l'air rapporté de la côte de Guinée, ont confirmé ce grand résultat; mais une des plus belles expériences que l'on ait faites à cet égard, est celle de Gay Lussac, qui s'étant élevé seul dans un ballon à la hauteur de 6900 mètres, la plus grande à laquelle l'homme soit jamais parvenu, a rapporté de l'air atmosphérique de ces hautes régions. Cet air analysé à son retour, comparativement à celui qui se trouve à la surface de la terre, a donné les mêmes principes dans les mêmes proportions; ce qui prouve que la constitution chimique de l'atmosphère, bien au-dessus de la région des nuages et des orages, est encore la même qu'à la surface de la terre. Ce résultat a encore été confirmé par les expériences que Humboldt et Gay Lussac ont faites ensemble dans leur travail sur l'eudiométrie; l'air de la surface de la terre, analysé à des jours différens, par des temps et des températures diverses, n'a offert dans sa composition aucun changement; il s'est toujours trouvé contenir 0.21 d'oxygène en volume, le reste étant de l'azote, mêlé à quelques millièmes d'acide carbonique, et peut-être aussi à quelques autres gaz, mais dans des proportions si petites que l'analyse chimique n'a pas encore pu parvenir à les déterminer. J'ai moi-même eu occasion de vérifier après eux cette grande loi de la nature dans un voyage aux Alpes que je fis l'année dernière: l'air

atmosphérique analysé par l'étincelle électrique dans les lieux les plus divers, dans des vallées profondes, et sur des montagnes élevées, aux bords des lacs de Genève et de Neufchâtel, dans les glaciers de Chamouni, au col de Balme, dans le Valais, sur le grand St.-Bernard, à Turin et à Grenoble, m'a toujours présenté la même composition (1) : or, puisque nous avons trouvé que la

(1) Voici le tableau de ces résultats tels que je les ai obtenus :

INDICATION DES LIEUX.	PROPORTION D'OXYGÈNE SUR 100 parties d'air.
Lac de Neufchâtel . . .	. . . . 20.67
Lac de Genève . . . .	. . . . 20.13
Sallenche . . . . .	. . . . 20.30
Glaciers de Chamouni . .	. . . . 20.11
Col de Balme . . . . .	. . . . 20.23
Martigni en Valais . . .	. . . . 20.52
Grand Saint-Bernard . .	. . . . 20.46
Turin . . . . .	. . . . 20.20
Mont-Cénis . . . . .	. . . . 21.00
Paris . . . . .	. . . . 21.00

Ces analyses de l'air ont été faites avec le gaz hydrogène et par le moyen de l'étincelle électrique. L'eudiomètre étoit un tube très-étroit divisé en trois cents parties, et chaque résultat a été vérifié plusieurs fois. Le gaz hydrogène étoit fait avec beaucoup de soin, et dans de l'eau privée d'air par l'ébullition; mais comme on le retiroit du fer par l'acide sulfurique, il seroit possible qu'il ne fût pas encore aussi parfait que celui du zinc distillé, et c'est peut-être à cela qu'il faut attribuer la petite différence de quelques millièmes qui se trouvent entre ces résultats et celui que Humboldt et Gay Lussac ont obtenu à Paris, où ils ont constamment trouvé 21 pour la proportion d'oxygène.

Un autre phénomène qui vient à l'appui de cette uniformité de constitution chimique dans tout l'atmosphère, indépendamment de la distance, c'est que

force réfringente de l'air atmosphérique correspond aux rapports des principes constituans qui le composent et peut s'en déduire exactement, il s'ensuit que cette force réfringente est la même par toute la terre à densités égales, et ainsi les tables de réfraction calculées par les observations faites en Europe, peuvent s'étendre à toutes les contrées du globe sans aucune modification, résultat qui fut autrefois un des objets du voyage des astronomes français à l'équateur et au pôle.

Enfin nous avons confirmé, par des expériences directes, et par de très-fortes analogies, ce que l'auteur de la *Mécanique céleste* avoit déjà prévu relativement à la vapeur aqueuse, savoir, qu'elle réfracte à fort peu près comme l'air atmosphérique, à force élastique égale; et si nous n'avons pas pu fixer la différence qui peut exister à cet égard entre ces deux substances, du moins nous avons prouvé qu'elle est si petite, et comprise dans des limites si resserrées, qu'il n'en peut jamais résulter aucune erreur notable dans les observations astronomiques; et enfin, que l'on peut y avoir égard, d'après le principe de M. Laplace, en supposant le

l'eau exposée à l'air libre, absorbe toujours la même proportion d'oxygène dans tous les lieux lorsque les circonstances sont les mêmes. Ainsi l'air contenu dans l'eau de la cascade du Nant-d'Arpenas, qui a huit cents pieds de chute, m'a donné, sur cent parties, 31.45 d'oxygène, absolument comme l'eau de pluie à Paris, ou comme l'eau distillée qui a repris de l'air; et dans l'air dégagé des neiges éternelles qui couvrent le sommet du grand Saint-Bernard, j'ai trouvé 27.32 d'oxygène, comme dans la neige qui tombe annuellement à Paris.

pouvoir réfringent de la vapeur aqueuse égal à celui de l'eau.

Dans le travail que nous venons d'exposer, nous avons tâché d'offrir aux physiciens, aux chimistes et aux astronomes, quelques résultats utiles, fondés sur des observations et sur des calculs exacts. Nous avons cherché à déterminer par des expériences directes toutes les données physiques qui servent de fondement à la théorie des réfractions astronomiques, et que l'on avoit jusqu'à présent conclues des observations : sous ce rapport, nous avons sur-tout en vue de répondre aux questions proposées par l'auteur de la *Mécanique céleste*, dans son livre X. Telle a été aussi l'influence du livre de la *Philosophie naturelle*, sur les observateurs qui ont vécu du temps de Newton ; car ces grands ouvrages, tout pleins de l'esprit d'invention et de recherche, ne donnent pas seulement à ceux qui les méditent la connoissance des découvertes : ils leur montrent encore quel doit être le but et l'objet de leurs travaux.

## NOTES.

### PREMIÈRE NOTE.

#### *Mesure de l'angle réfringent du prisme.*

SOIENT  $SP, SP'$  (fig. 4) les deux faces du prisme;  $PO, P'O$  deux rayons lumineux menés des points  $P, P'$  à un même objet  $O$  infiniment éloigné, et par conséquent parallèles entre eux. Soient  $PC, P'C'$  ces rayons réfléchis : si l'on mène les lignes  $PN, P'N'$  qui divisent les angles  $CPO, C'P'O$  en deux parties égales, ces lignes seront, d'après les propriétés connues de la lumière, normales aux faces  $PS, P'S$  du prisme. Si les angles  $CPO, C'P'O$  étoient tous deux dans un même plan perpendiculaire à la commune section des deux faces du prisme, les deux normales  $NP, N'P'$  se couperont dans un point  $S'$  de leur prolongement, et l'angle  $NS'N'$  formé par ces normales seroit le supplément de l'angle  $PSP'$  formé par les deux faces du prisme; en sorte que cet angle seroit facile à déterminer quand celui des deux normales seroit connu.

On peut aisément obtenir les angles  $CPO, C'P'O$  en plaçant aux points  $C$  et  $C'$  un cercle répéteur, et mesurant les angles  $OCP, OCP'$  formés par les lignes parallèles  $CO, C'O$ , avec les rayons réfléchis  $CP, C'P'$ . Ces angles sont ceux que forment les images directes de l'objet avec ses images réfléchies.

Ainsi, en nommant  $\omega, \omega'$  les angles  $CPO, C'P'O$ , déduits de l'observation précédente, on en tire  $NPO = \frac{\omega}{2}$ ,  $N'P'O = \frac{\omega'}{2}$ ; et si les deux angles  $CPO, C'P'O$  étoient tous deux dans un même plan perpendiculaire à la com-

mune section des deux faces, l'angle des deux normales seroit  $\frac{\alpha + \alpha'}{2}$ , et son supplément  $180 - \frac{\alpha + \alpha'}{2}$  seroit l'angle réfringent du prisme.

Mais comme les angles  $CPO$ ,  $C'P'O$  ne sont pas dans un même plan, il arrive en général que les deux normales  $NP$ ,  $N'P'$  ne se coupent point. Alors l'angle de ces normales n'est plus égal à  $\frac{\alpha + \alpha'}{2}$ , et il faut, pour l'obtenir, faire à cette quantité une correction dépendante de l'inclinaison des plans  $CPO$ ,  $C'P'O$ , dans lesquels on a observé.

Pour déterminer cette correction, on remarquera que les deux plans  $CPO$ ,  $C'P'O$ , contenant les parallèles  $CO$ ,  $PO$ ,  $C'O$ ,  $P'O$ , ont leur commune section parallèle à ces lignes. Si, par un point de cette commune section, on mène, dans le plan  $CPO$ , une ligne parallèle à  $PN$ ; dans le plan  $C'P'O$ , une ligne parallèle à  $P'N'$ , ces droites feront avec la commune section des angles égaux à  $NPO$ ,  $N'P'O$ , ou à  $\frac{\alpha}{2}$ ,  $\frac{\alpha'}{2}$ , et l'angle intercepté entre ces mêmes droites sera le même que celui des deux normales  $NP$ ,  $N'P'$ , qui ne se coupent point. Soit donc  $AZ$  (*fig. 5*) la commune section des deux plans  $CPO$ ,  $C'P'O$ , que nous prendrons pour axe des  $Z$ ; soient  $AX$ ,  $AY$  deux axes des  $x$  et des  $y$  qui lui sont supposés perpendiculaires; soient  $An$ ,  $An'$  les droites parallèles aux normales  $PN$ ,  $P'N'$ , et prenons les axes de manière que la première  $An$  se trouve dans le plan même des  $YX$ , on aura pour les équations de cette droite

$$x = 0; \quad y = z. \operatorname{tang.} \frac{\alpha}{2}$$

Soit maintenant  $\phi$  l'angle des deux plans  $CPO$ ,  $C'P'O$  dans lesquels on a observé; les équations de la droite  $An'$ , ou plutôt celles de ses deux projections sur les deux plans des  $xz$  et des  $yz$ , seront de la forme

$$x = z. \operatorname{tang.} \alpha''; \quad y = z. \operatorname{tang.} \alpha'''$$

Or, puisque cette droite fait un angle  $\frac{\omega'}{2}$  avec l'axe des  $z$ , et qu'elle est comprise dans un plan vertical qui fait un angle  $\varphi$  avec le plan des  $yz$ , on aura

$$\begin{aligned} \text{tang. } \omega'' &= \text{tang. } \frac{\omega'}{2} \cdot \sin. \varphi \\ \text{tang. } \omega''' &= \text{tang. } \frac{\omega'}{2} \cdot \cos. \varphi \end{aligned}$$

de sorte que les équations de  $An'$  deviennent

$$\begin{aligned} x &= z \cdot \text{tang. } \frac{\omega'}{2} \cdot \sin. \varphi \\ y &= z \cdot \text{tang. } \frac{\omega'}{2} \cdot \cos. \varphi \end{aligned}$$

Or on sait que les équations de deux droites étant

$$\begin{aligned} x &= az; & y &= bz \\ x &= a'z; & y &= b'z \end{aligned}$$

L'angle  $V$  formé par ces droites est donné par l'équation

$$\cos. V = \frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a^2 + b^2} \sqrt{1 + a'^2 + b'^2}}$$

On aura donc, relativement aux droites  $An$ ,  $A'n'$ ,

$$\cos. V = \frac{1 + \text{tang. } \frac{\omega}{2} \cdot \text{tang. } \frac{\omega'}{2} \cdot \cos. \varphi}{\sqrt{1 + \text{tang.}^2 \frac{\omega}{2}} \sqrt{1 + \text{tang.}^2 \frac{\omega'}{2}}}$$

ou

$$\cos. V = \cos. \frac{\omega}{2} \cdot \cos. \frac{\omega'}{2} + \sin. \frac{\omega}{2} \cdot \sin. \frac{\omega'}{2} \cdot \cos. \varphi$$

formule qui donneroit  $V = \frac{\omega + \omega'}{2}$  si l'on avoit  $\varphi = 180^\circ$ , c'est-à-dire si les triangles  $CPO$ ,  $C'P'O$  étoient tous deux dans un même plan.



Il est physiquement impossible de se placer de manière que  $\varphi$  soit exactement égal à  $180$ , mais on peut en approcher de très-près; en sorte que la différence puisse être rendue très-petite. Soit donc en général

$$\cos. \varphi = -1 + \alpha$$

$\alpha$  étant une petite quantité, on aura

$$\cos. V = \cos. \left( \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) + \alpha. \sin. \frac{\alpha}{2}. \sin. \frac{\alpha'}{2}$$

Le second terme exprime la correction due à la non-coïncidence des plans, et l'on voit qu'elle tend toujours à diminuer l'angle  $V$  ou  $\frac{\alpha + \alpha'}{2}$  obtenu par l'observation directe, ce qui augmente l'angle réfringent d'une égale quantité; et l'on conçoit en effet, à *posteriori*, que cela devoit arriver de cette manière, puisque l'angle réfringent du prisme est le plus grand de tous ceux qui peuvent être formés par deux plans perpendiculaires à ses faces.

C'est par cette formule que l'on a calculé l'angle des normales  $PN$ ,  $P'N'$ ; et par suite celui des deux faces du prisme. Il ne nous reste plus qu'à rapporter les moyens que l'on a employés pour mesurer les angles  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\varphi$ .

Les angles  $\alpha$ ,  $\alpha'$ , ou plutôt leurs supplémens  $OCP$ ,  $OC'P'$ , ont été observés avec un petit cercle répétiteur de Lenoir; nous étions placés dans la grande salle de l'Observatoire, et l'objet étoit le télégraphe de Montmartre. Comme l'image réfléchie étoit très-près de nous, la distance des centres des deux lunettes empêchoit qu'on ne pût la voir en même temps avec l'une et avec l'autre. Il n'en étoit pas ainsi de l'image directe, à cause de son éloignement, et nous pouvions très-bien l'apercevoir au centre des deux lunettes, lorsqu'elles étoient toutes deux dirigées vers l'objet. Ces circonstances particulières nous obligèrent de faire nos observations autrement qu'on n'a coutume de le

faire avec le cercle répéteur. Au lieu de ramener tour à tour la même lunette sur l'image directe et sur l'image réfléchie, ce qui eût été impossible, nous dirigeâmes d'abord une des lunettes sur chaque image. Celle qui répondoit à l'image réfléchie étoit placée sur zéro. Nommons celle-ci la lunette supérieure, l'autre l'inférieure. Les directions des deux lunettes étant ainsi bien assurées, on détache la lunette supérieure, qui étoit dirigée vers l'image réfléchie, et on la fait glisser sur le limbe jusqu'à ce qu'elle réponde à l'image directe. Pendant ce mouvement la lunette inférieure reste fixe sur le limbe, et elle sert ainsi à vérifier s'il a été dérangé. Après l'avoir ramenée, s'il est nécessaire, en faisant mouvoir le limbe, on achève de diriger exactement la lunette supérieure au moyen de la vis de rappel : l'arc qu'elle a parcouru depuis sa première position, et que l'on peut lire sur la division de l'instrument, est la mesure de l'angle  $OCP$  ou  $180 - \omega$ .

Cette opération achevée, on fait mouvoir le limbe sans détacher les lunettes; et comme son plan ne change pas, on ramène la lunette supérieure sur l'image réfléchie. Alors on détache la lunette inférieure, on la fait mouvoir sur le limbe pour la ramener sur l'image directe, et l'on se retrouve ainsi dans les mêmes circonstances que la première fois; de sorte qu'en recommençant une nouvelle opération, on a une seconde mesure de l'angle, comptée depuis l'extrémité de l'arc précédemment parcouru. On peut donc ainsi multiplier l'angle  $OCP$  un nombre de fois illimité, et par conséquent obtenir l'angle  $\omega$  avec la dernière exactitude. La même méthode donnera l'angle  $\omega'$  relatif à l'autre face.

Ces angles étant ainsi déterminés, il reste à mesurer celui que forment les plans du cercle dans les deux positions successives  $C$ ,  $C'$  où l'on a fait les observations.

Pour cela nous avons dirigé la lunette supérieure sur plusieurs points des parois verticales de la salle où nous faisons

nos observations. Nous avons marqué exactement ces points, et par le moyen du fil à plomb nous avons fixé avec beaucoup de précision leur projection sur le plancher de la salle supposé horizontal; nous avons ensuite rapporté ces projections à la méridienne de l'Observatoire par des perpendiculaires tracées sur le plancher, et nous avons ainsi déterminé la position des points observés, au moyen de trois coordonnées rectangulaires  $x, y, z$ .

En même temps nous avons déterminé par des mesures très-exactes les trois coordonnées du centre de notre cercle dans chacune des deux positions  $C$  et  $C'$ . Ces centres nous ont ainsi servi de vérification, puisque les plans déterminés par les points observés sur la muraille devoient nécessairement les contenir, et cette condition s'est toujours trouvée satisfaite avec une exactitude telle que l'erreur ne s'est jamais élevée à plus de 0<sup>m</sup>0005 ou cinq dixièmes de millimètre.

Les plans des cercles étant déterminés comme nous venons de le dire, on sent qu'il étoit facile d'en déduire leur inclinaison mutuelle; et comme cette inclinaison suffit, ainsi qu'on l'a vu plus haut, pour ramener les observations dans le plan de l'angle réfringent du prisme, on voit que la mesure de cet angle pouvoit s'obtenir de cette manière avec une exactitude qui ne laissoit rien à désirer.

Quant aux formules qui ont servi à trouver l'inclinaison des plans d'après ces données, elles sont extrêmement simples. L'équation d'un plan est généralement de la forme

$$z = Ax + By + D$$

Si ce plan doit passer par trois points dont les coordonnées soient  $x' y' z'$ ,  $x'' y'' z''$ ,  $x''' y''' z'''$ , on aura

$$z' = Ax' + By' + D$$

$$z'' = Ax'' + By'' + D$$

$$z''' = Ax''' + By''' + D$$

360 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE,  
 d'où l'on tire, en éliminant  $D$ ,

$$\begin{aligned} (z' - z''). (x' - x''') - (z' - z'''). (x' - x'') \\ &= B [(y' - y''). (x' - x''') \\ &\quad - (y' - y'''). (x' - x'')] \\ (z' - z''). (y' - y''') - (z' - z'''). (y' - y'') \\ &= A [(x' - x''). (y' - y''') \\ &\quad - (x' - x'''). (y' - y'')] \end{aligned}$$

Ces formules donneront  $A$  et  $B$ ; on aura de même  $A'$  et  $B'$ ,  
 et l'on en tirera

$$\cos. \varphi = \frac{1 + AA' + BB'}{\sqrt{1 + A^2 + B^2} \cdot \sqrt{1 + A'^2 + B'^2}}$$

Connoissant  $\varphi$ , on aura par les formules précédentes l'angle  $V$   
 des deux normales et son supplément, ou l'angle réfringent du  
 prisme.

Voici maintenant les résultats des observations faites pour  
 déterminer les angles  $\omega$ ,  $\omega'$  et  $\varphi$ .

Le 15 janvier, en prenant huit fois l'angle  $\omega$ , nous avons  
 trouvé . . . . .  $\omega = 32^\circ 16' 36''$

Le même jour, en prenant onze fois  
 l'angle  $\omega'$ , on a eu . . . . .  $\omega' = 41^\circ 35' 0''$

---

D'où l'on tire . . . . .  $\frac{\omega + \omega'}{2} = 36^\circ 55' 48''$

Les séries qui ont donné ces angles marchaient très-bien, et  
 on les a observés tous deux immédiatement l'un après l'autre,  
 pour éviter les variations qui auroient pu survenir dans la ré-  
 fraction atmosphérique. D'après les mesures prises le même jour  
 pour déterminer l'angle  $\varphi$ , on a trouvé . . . . .  $\varphi = 174^\circ 40' 2''$

En substituant ces valeurs dans la formule qui donne l'angle  $V$   
 des deux normales, on trouve . . . . .  $V = 36^\circ 53' 21''$

Et son supplément, ou l'angle réfrin-  
 gent des faces, égal à . . . . .  $143^\circ 6' 39''$

En comparant ce résultat avec la valeur de  $\frac{\omega + \omega'}{2}$ , on voit que la correction due à la non-coïncidence des plans des deux cercles n'a produit qu'une différence de 2' 27" sur la valeur déduite immédiatement des observations; et vu la précision de la méthode employée pour déterminer l'inclinaison des plans, on ne peut douter que cette correction n'ait déjà beaucoup d'exactitude.

Pour mettre ce résultat hors de doute, on a changé la position du prisme, et on l'a observé de nouveau le 23 janvier. En prenant dix fois l'angle  $\omega$ , on a trouvé.  $\omega = 31^{\circ} 53' 16''$

Le même jour, en prenant dix fois l'angle  $\omega'$ , on a trouvé . . . . .  $\omega' = 41^{\circ} 52' 15''$

---

D'où l'on tire . . . . .  $\frac{\omega + \omega'}{2} = 36^{\circ} 52' 45''$

Ces angles ont été observés avec le même soin que les précédens, et même avec plus de soin encore, parce que l'on avoit été assez heureux pour placer les cercles à fort peu près dans le plan de l'angle réfringent. En effet, d'après les mesures prises pour déterminer l'angle  $\phi$  formé par les plans des deux cercles, on a trouvé . . . . .  $\phi = 178^{\circ} 28' 15''$

En sorte que ces plans coïncidoient presque l'un avec l'autre. En substituant ces valeurs dans la formule qui sert à déterminer l'angle  $V$  des deux normales, on trouve . .  $V = 36^{\circ} 52' 32''$

Ce qui donne pour *l'ang. réfring. du prisme*  $= 143^{\circ} 7' 28''$

Ce résultat ne diffère que de 49" de celui que l'on avoit trouvé par une première mesure indépendante de celle-ci, dans une autre position du prisme; mais nous emploierons de préférence la dernière mesure comme étant certainement plus exacte, parce qu'elle a été prise avec des précautions multipliées, et que la correction due à la non-coïncidence des plans n'y entre que pour 13". On verra d'ailleurs, dans les formules qui servent à calculer la réfraction, qu'une différence d'une minute sur un

aussi grand angle ne feroit aucun effet sensible sur le pouvoir réfringent de l'air; mais nous croyons notre dernier résultat beaucoup plus approché que cette limite. Il est inutile de faire remarquer que la méthode dont nous nous sommes servis est infiniment plus exacte que tous les procédés mécaniques. Ce n'est qu'après avoir tenté plusieurs de ces procédés, et après avoir reconnu leur imperfection, que nous sommes arrivés à celui que nous venons de rapporter.

Il est bon de remarquer que ce procédé seroit encore applicable quand bien même les deux faces du prisme feroient entre elles un angle très-aigu; seulement, au lieu de tourner l'arête du prisme vers l'objet qui sert de mire, il faudroit tourner une des faces : alors on observeroit l'objet par réflexion sur la première glace et sur la seconde qui se trouveroit par derrière; car il passera encore assez de rayons lumineux pour que l'on puisse voir ainsi deux images, et la moitié de l'angle qu'elles forment sera l'angle réfringent du prisme, si l'objet est très-éloigné. Il faut toujours avoir soin que l'objet et les deux images soient dans un même plan avec le centre du cercle; car ce n'est qu'alors que l'on peut être sûr d'observer dans le plan de l'angle réfringent. Nous avons employé ce procédé pour trouver l'angle réfringent d'un prisme qui nous a servi pour obtenir le pouvoir réfringent des liquides. On lui avoit donné cette forme afin de n'avoir qu'une couche de liquide assez mince pour que la forme des objets ne fût pas altérée par la dispersion des couleurs. L'angle réfringent de ce prisme étoit de  $2^{\circ} 16' 37''$ , et en le prenant seulement cinq fois avec le cercle répétiteur, nous l'avons obtenu avec toute l'exactitude désirable. Dans ce cas l'observation se fait à peu près comme avec le sextant; mais la répétition de l'angle peut seule assurer sa valeur.

## S E C O N D E N O T E .

*Formules pour déterminer les pouvoirs réfringens des gaz d'après des observations faites à travers le prisme.*

CONSIDÉRONS un rayon lumineux qui, sortant de l'air atmosphérique, entre dans le vide ou dans un gaz donné, après avoir traversé la première face d'un prisme de verre, et resorte ensuite dans l'air par la face opposée; supposons encore que le prisme ait été travaillé avec assez de soin pour que les glaces qui le composent aient leurs faces à fort peu près parallèles: le rayon lumineux se trouvera ainsi dans le même cas que s'il traversoit successivement trois prismes, dont le premier seroit de verre, le second de vide ou du gaz donné, et le troisième encore de verre, formé par la dernière face du prisme.

Cela posé, nommons  $\epsilon$  l'angle formé par les deux faces opposées de la première glace. Cet angle pourra être supposé dans le même plan que le grand angle réfringent du prisme de gaz, parce que les deux glaces opposées ont été coupées parallèlement dans un même morceau de verre travaillé, et qu'ainsi l'inclinaison des faces, si elle existe, doit être à peu près la même dans les deux, et dirigée dans le sens de leur longueur. Cela est d'ailleurs confirmé par l'observation directe; car, lorsque l'on observe la mire, le prisme étant plein d'air atmosphérique, auquel cas la réfraction est uniquement l'effet du défaut de parallélisme, le fil horizontal de la lunette, placé horizontalement sur l'observatoire, reste encore horizontal quand on donne au prisme un mouvement circulaire égal à quatre angles droits. Ce mouvement ne déplace point le fil dans le sens vertical; et si l'on fait le vide dans le prisme, ce qui produit une réfraction considérable, qui est alors l'effet du grand prisme

364 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE,  
 intérieur, la déviation se fait encore dans le même sens, dans  
 une direction horizontale, et le fil de la lunette répond à la  
 même ligne de niveau que lorsque le prisme étoit plein d'air.

D'après ces remarques fondées sur l'expérience, nous admet-  
 trons dans ce qui va suivre que les déviations du rayon lumi-  
 neux se font dans un même plan, qui est celui de l'angle  
 réfringent du prisme.

Soit maintenant  $A$  l'angle sous lequel le rayon lumineux mu  
 dans l'air atmosphérique rencontre la première face du prisme.  
 Il pénétrera dans cette face et s'y réfractera suivant les lois  
 connues. Soit  $A'$  l'angle de réfraction, ou plutôt ce que devient  $A$   
 après que le rayon s'est réfracté. Le sinus d'incidence étant à  
 celui de réfraction en raison constante, on aura

$$\cos. A' = m. \cos. A$$

La valeur de  $m$  dépend de la nature du verre ou de la densité  
 de l'air extérieur. Sous le premier rapport elle est constante,  
 sous le second elle est variable; mais comme la densité du  
 verre est très-forte comparativement à celle de l'air, la déviation  
 que la lumière y subit est presque toujours la même et égale  
 à celle qui auroit lieu si le rayon sortoit du vide pour entrer  
 dans le verre, et cette égalité devient encore plus approchée  
 dans les circonstances où nous avons observé, parce que la  
 densité de l'air extérieur n'a varié que très-peu et par l'effet  
 ordinaire et naturel des modifications de l'atmosphère. Ainsi  
 nous pouvons, sans aucune erreur sensible, regarder  $m$  comme  
 constante.

Le même rayon continuant sa route dans la glace, tombera  
 sur sa seconde face avec l'angle  $A' + \epsilon$ ,  $\epsilon$  étant l'angle des  
 deux surfaces, et en nommant  $A''$  l'angle d'émergence sur cette  
 seconde face, dans le gaz intérieur, on aura

$$\cos. A'' = \frac{1}{m(1-a)}. \cos. (A' + \epsilon)$$



$\omega$  est une quantité qui dépend des rapports des pouvoirs réfringens de l'air extérieur et du gaz intérieur. Elle est positive lorsque le premier surpasse le second, elle est nulle s'ils sont égaux, et devient négative lorsque le gaz intérieur réfracte plus que l'air : ce qui a lieu, par exemple, pour l'ammoniaque et les acides carbonique et muriatique. Dans le premier cas le rayon, après sa seconde réfraction, passe au-dessus de la première direction  $MF'$  (fig. 6) qu'il avoit dans l'air; dans le second cas il redevient parallèle à lui-même; dans le troisième il passe au-dessous de  $MF'$  (fig. 7).

Le rayon continuant sa route dans le gaz, tombe sur la face antérieure de la seconde glace du prisme, et il fait alors avec elle un angle  $A'' + a$ ,  $a$  étant le grand angle réfringent intérieur. Arrivé dans cette glace, il y subit une nouvelle réfraction inverse de celle qu'il avoit éprouvée en entrant dans le gaz; et en nommant  $A'''$  l'angle qu'il fait ensuite avec cette même face, on a

$$\cos. A''' = m (1 - \omega). \cos. (A'' + a)$$

où  $m$  et  $\omega$  sont les mêmes que pour la première face. Enfin ce rayon, en continuant sa route, tombera sur la face postérieure de la seconde glace du prisme, il fera avec elle un angle  $A''' + \epsilon'$ ,  $\epsilon'$  étant l'angle des deux faces de cette glace; et en nommant  $A^{iv}$  l'angle qu'il fera avec la seconde après son émergence, on aura

$$\cos. A^{iv} = \frac{1}{m}. \cos. (A''' + \epsilon')$$

Il est visible que si le rayon lumineux passoit directement à travers le prisme sans y éprouver aucune déviation, il feroit avec la dernière face de la seconde glace un angle égal à  $A + a + \epsilon + \epsilon'$ . En vertu des réfractions qu'il éprouve, il fait avec cette face un angle  $A^{iv}$ ; ainsi  $A + a + \epsilon + \epsilon' - A^{iv}$  est la déviation que le rayon éprouve, déviation qui est posi-

tive si le gaz intérieur réfracte moins que l'air, et négative s'il réfracte plus; c'est ce que montrent les *fig.* 6 et 7.

Dans ces figures *M* représente la mire sur laquelle on vise; *O* est l'œil de l'observateur; *MO* est la direction rectiligne du rayon lumineux, telle qu'elle seroit s'il ne subissoit pas d'inflexion; *MF'F''F'''F''''O* est la route infléchie. En menant *Of''''* parallèle à la dernière face *SD''''* du prisme, on voit que l'angle *D''''O.f''''* =  $A + a + \varepsilon + \varepsilon'$ , et que *F''''O.f''''* =  $A''''$ ; de sorte que la déviation *D''''OF''''* est la différence de ces deux angles. On voit de plus que la quantité  $A + a + \varepsilon + \varepsilon' - A''''$  est positive dans la première figure, où l'air intérieur réfracte moins que l'extérieur, et négative dans la seconde, où l'air intérieur réfracte plus. Ainsi, en ayant égard au signe de cette quantité, on pourra se dispenser d'examiner si  $\omega$  doit être positif ou négatif, puisque son signe sera le même et s'en suivra nécessairement. De même, si l'on veut se donner le soin de prendre  $\omega$  positif dans le premier cas, et négatif dans le second, on pourra se dispenser d'avoir égard au signe de  $A + a + \varepsilon + \varepsilon' - A''''$ , et l'on emploiera pour cette quantité la déviation observée prise positivement de quelque côté qu'elle ait eu lieu.

De plus, si les deux faces étoient retournées, et les directions de leurs angles opposées l'une à l'autre, il faudroit faire  $\varepsilon'$  négatif; mais on verra que cette quantité  $\varepsilon + \varepsilon'$  disparoît par l'effet des observations.

Reprenons donc les quatre équations

$$\cos. A' = m. \cos. A$$

$$\cos. A'' = \frac{1}{m(1-\omega)}. \cos. (A' + \varepsilon)$$

$$\cos. A''' = m(1-\omega). \cos. (A'' + a)$$

$$\cos. A'''' = \frac{1}{m}. \cos. (A''' + \varepsilon')$$

Pour trouver  $A''''$  en fonction de  $A$ , nous remarquerons que

les angles  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  formés dans chacune des glaces, sont extrêmement petits. La quantité  $\omega$  est pareillement très-petite, car la déviation que subit le rayon est très-foible; en sorte que  $A''$  diffère très-peu de  $A$ , et l'on voit qu'en supposant  $\varepsilon$  nulle, cette différence dépend entièrement de la quantité  $\omega$ . Nous pouvons donc développer  $A''$  en série relativement à ces quantités  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$ ,  $\omega$ , et le développement sera de la forme

$$\begin{aligned} A'' = & (A'') + \omega \cdot \left( \frac{dA''}{d\omega} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{dA''}{d\varepsilon} \right) + \varepsilon' \cdot \left( \frac{dA''}{d\varepsilon'} \right) \\ & + \frac{1}{1.2} \left[ \omega^2 \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\omega^2} \right) + \varepsilon^2 \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\varepsilon^2} \right) \right. \\ & + \varepsilon'^2 \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\varepsilon'^2} \right) + 2\omega\varepsilon \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\omega d\varepsilon} \right) \\ & + 2\omega\varepsilon' \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\omega d\varepsilon'} \right) + 2\varepsilon\varepsilon' \cdot \left( \frac{d^2 A''}{d\varepsilon d\varepsilon'} \right) \left. \right] \\ & + \text{etc.} \end{aligned}$$

Les termes contenus entre les parenthèses rondes sont les valeurs de  $A''$  et de ses coefficients différentiels, en y supposant  $\omega$ ,  $\varepsilon$  et  $\varepsilon'$  nuls après les différentiations. Comme ces quantités sont très-petites, nous n'aurons point égard à leurs puissances supérieures à la seconde : nous ne conserverons même parmi les termes du second ordre que celui qui est multiplié par  $\omega^2$ ; car les autres termes de cet ordre qui dépendent du non-parallélisme des faces, doivent être extrêmement petits, puisque la déviation totale qui en résulte ne va en général qu'à 15 ou 20 secondes, comme le prouvent les observations, et le peu d'influence de ces termes est parfaitement confirmé par les résultats que le calcul déduit des observations dans cette hypothèse, puisque le terme en  $\omega^2$ , qui est au moins vingt fois plus sensible, ne fait qu'ajouter aux termes du premier ordre des quantités si petites qu'on pourroit presque se dispenser d'y avoir égard. On verra de plus que, sans pouvoir déterminer directement les angles  $\varepsilon\varepsilon'$ , et par suite les termes qui dépendent de leurs pre-

mières puissances, on y a égard dans l'emploi des observations, parce que la somme de tous ces termes se trouve en observant le prisme plein d'air; de sorte qu'il n'y a réellement de négligé que les deux termes affectés de  $\omega\varepsilon$  et  $\omega\varepsilon'$ .

En effectuant les calculs conformément à la marche que nous venons d'indiquer, on trouve pour les coefficients du développement de  $A'$  les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} (A') &= A + a \\ \left(\frac{dA'}{d\omega}\right) &= \frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A} \\ \left(\frac{dA'}{d\varepsilon}\right) &= \frac{\sqrt{1-m^2 \cos^2 A}}{m \sin A} \\ \left(\frac{dA'}{d\varepsilon'}\right) &= \frac{\sqrt{1-m^2 \cos^2(A+a)}}{m \sin(A+a)} \\ \left(\frac{d^2 A'}{d\omega^2}\right) &= -\frac{1}{\text{tang.}(A+a)} \cdot \left(\frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{\text{tang}^2 A} \cdot \left(\frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A}\right) \end{aligned}$$

valeur qui, étant substituée dans le développement de  $A''$ , donnera

$$\begin{aligned} A'' &= (A+a) + \omega \left[ \frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A} \right] \\ &\quad + \frac{\varepsilon \sqrt{1-m^2 \cos^2 A}}{m \sin A} \\ &\quad + \frac{\varepsilon' \sqrt{1-m^2 \cos^2(A+a)}}{m \sin(A+a)} \\ &\quad - \frac{\omega^2}{1.2} \cdot \left[ \frac{1}{\text{tang.}(A+a)} \cdot \left(\frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\text{tang}^2 A} \cdot \left(\frac{1}{\text{tang.}(A+a)} - \frac{1}{\text{tang.}A}\right) \right] \end{aligned}$$

Lorsque le rayon lumineux passe précisément dans l'axe du prisme, on a

$$A = 90^\circ - \frac{a}{2}; \quad A + a = 90^\circ + \frac{a}{2}$$

ce qui donne

$$\sin. (A + a) = \sin. A = \cos. \frac{a}{2}$$

$$\cos. (A + a) = - \cos. A = - \sin. \frac{a}{2}$$

$$\text{tang.} (A + a) = - \text{tang.} A = - \frac{1}{\text{tang.} \frac{a}{2}}$$

d'où résulte ensuite pour  $A^v$  cette valeur :

$$A^v = A + a - 2 \omega. \text{tang.} \frac{a}{2} + \frac{(\epsilon + \epsilon') \sqrt{1 - m^2. \sin^2. \frac{a}{a^2}}}{m. \cos. \frac{a}{2}} + \omega^2. \text{tang.}^3. \frac{a}{2}$$

Nous avons tâché de disposer le prisme et le cercle répéteur de manière que cette condition fût toujours remplie ; pour cela nous nous sommes d'abord placés de manière que le plan du cercle coïncidât avec le plan de l'angle réfringent, et qu'en même temps la ligne des nœuds de ce plan sur l'horizon fût perpendiculaire au rayon visuel mené à la mire. Nous nous sommes assurés d'avoir atteint cette position, parce que le fil horizontal de la lunette placée sur zéro, et pointant à travers le vide ou à travers l'air, n'étoit point dévié verticalement, mais varioit également des deux côtés de la mire lorsque l'on faisoit tourner le prisme de quatre angles droits. Nous avons en même temps déterminé cette mire de manière que la clarté de la vision fût la plus grande possible ; et comme notre prisme est très-long et très étroit, il n'y a aucun doute que nous devions alors être dirigés à fort peu près dans l'axe. Mais nous avons encore en un moyen plus sûr et plus direct de nous en assurer. La position que nous avons adoptée, dans laquelle le prisme et le cercle ont été placés à demeure, et dans laquelle toutes nos observations ont été faites, est telle que si l'on en écarte tant soit peu le prisme, la mire n'est pas sensiblement

déviée. Pour prouver cette vérité par l'expérience, il suffit de ne pas ramener tout-à-fait le prisme sur les points de repaire où vont toujours tomber deux fils à plomb placés à ses deux extrémités. Or, en faisant cela, on n'aperçoit pas dans la mire la plus légère déviation, et généralement on peut faire tourner le prisme tant que l'on voudra; pourvu qu'on le remette sur son à plomb, la mire se retrouve sur le fil. Le peu d'influence de cet écart est particulier à la position dont il s'agit, et il tient à ce qu'en faisant varier  $A$  d'une très-petite quantité, les termes de  $dA^{iv}$ , qui sont multipliés par  $\omega$ , disparaissent d'eux-mêmes et se réduisent à zéro. C'est ce que l'on peut vérifier aisément par l'expression précédente de  $A^{iv}$ , qui donne

$$dA^{iv} = \omega \delta A. \left[ -\frac{1}{\sin^2. (A + a)} + \frac{1}{\sin^2. A} \right] + \text{etc.}$$

car le coefficient de ce terme devient nul quand  $A = 90 - \frac{a}{2}$ ; ce qui donne

$$A = 90 + \frac{a}{2} \quad \text{et} \quad \sin. A = \sin. (A + a)$$

D'après cela nous pouvons employer la formule

$$A^{iv} = A + a - 2 \omega. \text{tang.} \frac{a}{2} + \frac{(\varepsilon + \varepsilon') \sqrt{1 - m^2. \sin^2. \frac{a}{2}}}{m. \cos. \frac{a}{2}} + \omega^2. \text{tang}^3. \frac{a}{2}$$

Supposons, pour plus de simplicité,

$$A + a + \frac{(\varepsilon + \varepsilon') \sqrt{1 - m^2. \sin^2. \frac{a}{2}}}{m. \cos. \frac{a}{2}} - A^{iv} = R$$

$R$  sera la déviation observée du rayon, corrigée du défaut de

parallélisme des faces. En effet, si l'on supposoit  $\omega$  nul, c'est-à-dire si l'on n'avoit égard qu'au défaut de parallélisme, on auroit

$$A^{iv} = (A + a) + \frac{(\epsilon + \epsilon') \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{a}{2}}}{m \cos \frac{a}{2}}$$

d'où l'on tire

$$0 = (A + a) + \epsilon + \epsilon' - A^{iv} - (\epsilon + \epsilon') \left( 1 - \frac{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{a}{2}}}{m \cos \frac{a}{2}} \right)$$

Dans ce cas, la déviation, toujours exprimée par  $(A + a) + \epsilon + \epsilon' - A^{iv}$ , aura pour valeur

$$(\epsilon + \epsilon') \cdot \left( 1 - \frac{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{a}{2}}}{m \cos \frac{a}{2}} \right)$$

et elle se réduiroit à zéro si  $m$  étoit égal à un, c'est-à-dire si le verre réfractoit comme l'air. Ainsi, en général, la quantité

$$(\epsilon + \epsilon') \left( 1 - \frac{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{a}{2}}}{m \cos \frac{a}{2}} \right)$$

est la correction due au défaut de parallélisme. Comme on la suppose très-petite, il ne faut que l'ajouter à toutes les réfractions observées; et puisque l'on a supposé en général

$$R = A + a + (\epsilon + \epsilon') - A^{iv} - (\epsilon + \epsilon') \left( 1 - \frac{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \frac{a}{2}}}{m \cos \frac{a}{2}} \right)$$

on voit clairement que  $R$  exprime la déviation absolue et telle qu'on l'observe, corrigée, par le dernier terme, du défaut

de parallélisme. Pour observer l'angle  $R$  et la déviation due au non-parallélisme des faces, nous nous sommes servis du retournement du prisme. Cette déviation agissoit sur le rayon lumineux dans le même sens que l'air condensé ; ainsi nous avons dû l'ajouter à la déviation observée lorsque la déviation due au gaz intérieur se faisoit dans le sens du vide, et la retrancher dans le cas contraire. Enfin on voit par les *fig.* 6 et 7 que la réfraction  $R$  ainsi corrigée doit être employée comme positive, si elle a lieu dans le sens du vide, et comme négative quand elle a lieu dans le sens de l'air condensé.

D'après cela l'équation entre  $\omega$  et  $R$  devient

$$0 = R - 2 \omega \cdot \text{tang.} \frac{a}{2} + \omega^3 \cdot \text{tang.}^3 \frac{a}{2}$$

d'où, par le retour des suites, on déduit

$$\omega = \frac{R}{2 \text{ tang.} \frac{a}{2}} + \frac{R^3}{8}$$

équation qui est approchée jusqu'aux quantités du second ordre inclusivement.

Maintenant que l'on connoit la valeur de  $\omega$ , il devient facile de trouver la déviation que le rayon lumineux doit subir en passant immédiatement de l'air dans le gaz intérieur au prisme. Il suffit de supposer que les faces de la glace qui les sépare soient exactement parallèles. En effet, en nommant comme ci-dessus  $A$  l'angle d'incidence,  $A'$  l'angle de passage dans le verre, et  $A''$  l'angle de sortie, on a en général

$$\cos. A' = m. \cos. A$$

$$\cos. A'' = \frac{1}{m(1-\omega)}. \cos. (A' + \epsilon)$$



Si  $\epsilon$  est nul, comme nous le supposons, on aura simplement

$$\cos. A'' = \frac{1}{m(1-\omega)}. \cos. A'$$

de sorte qu'en éliminant  $A'$  il viendra

$$\cos. A'' = \frac{1}{1-\omega}. \cos. A$$

Introduisons, au lieu de  $A$  et de  $A''$ , les angles formés par le rayon lumineux et la perpendiculaire aux points de réfraction, on aura

$$A'' = 90 - \theta''; \quad A = 90 - \theta$$

ce qui donne

$$\cos. A'' = \sin. \theta''; \quad \cos. A = \sin. \theta$$

et par conséquent

$$\frac{\sin. \theta''}{\sin. \theta} = \frac{1}{1-\omega}$$

On voit donc que la quantité  $\frac{1}{1-\omega}$  exprime le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction. Or, lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu dans un autre, ce rapport est constant et donné par les pouvoirs réfringens des deux milieux; en sorte qu'en faisant

$$P = \frac{4k}{n^2} \rho; \quad P' = \frac{4k'}{n'^2} \rho'$$

$\frac{4k}{n^2}$ ;  $\frac{4k'}{n'^2}$  étant les pouvoirs réfringens, et  $\rho$ ,  $\rho'$  les densités des milieux extérieur et intérieur, on a

$$\frac{\sqrt{1+P'}}{\sqrt{1+P}} = \frac{\sin. \theta''}{\sin. \theta}$$

374 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE,  
 Voyez la *Mécanique céleste*, t. IV, p. 240. Ce qui donne

$$\frac{\sqrt{1+P}}{\sqrt{1+P'}} = \frac{1}{1-\omega}$$

d'où l'on tire

$$(1+P) \cdot (1-\omega)^2 = 1+P'$$

et enfin

$$P' = (1+P) \cdot (1-\omega)^2 - 1$$

Cette formule fera connoître le pouvoir réfringent du gaz intérieur au prisme, lorsque le pouvoir  $P$  de l'air extérieur sera connu. Soit  $(P)$  la valeur de  $P$  pour la densité  $(\rho)$ , et  $(P')$  celle de  $P'$  pour la densité  $(\rho')$ , on aura

$$P = \frac{(P)\rho}{(\rho)}; \quad P' = \frac{(P')\rho'}{(\rho')}$$

Ceci suppose que le pouvoir réfringent d'un même gaz varie proportionnellement à sa densité, supposition qui est au moins la plus simple que l'on puisse faire, et qui est tout-à-fait conforme à l'expérience, comme le prouvent les observations rapportées dans notre mémoire. On aura ainsi, en éliminant  $P$  et  $P'$ ,

$$\frac{(P')\rho'}{(\rho')} = \left[ 1 + \frac{(P)\rho}{(\rho)} \right] \cdot (1-\omega)^2 - 1$$

d'où l'on tire

$$(P') = \frac{(\rho')}{\rho'} \cdot \left\{ (1-\omega)^2 \cdot \left[ 1 + \frac{(P)\rho}{(\rho)} \right] - 1 \right\}$$

Le rapport des densités est donné par le rapport inverse des pressions barométriques et des dilatations de l'air et du gaz, c'est-à-dire que l'on a

$$\frac{(\rho')}{\rho'} = \frac{0.76 (1 + t \cdot 0.00375)}{\rho'}; \quad \frac{\rho}{(\rho)} = \frac{\rho}{0.76 (1 + t \cdot 0.00375)}$$

$t'$  étant la température du gaz intérieur au prisme,  $p'$  la pression barométrique marquée par l'éprouvette, et de même  $t$  la température de l'air extérieur,  $p$  la pression barométrique à l'instant de l'observation, pressions qui doivent toujours être corrigées de l'effet de la dilatation du mercure. En substituant ces valeurs dans la formule précédente, et y joignant celle qui sert à trouver  $\omega$ , on aura pour calculer le pouvoir réfringent des différens gaz

$$(P') = \frac{0.76. (1 + t'. 0.00375)}{p'} \cdot \left\{ (1 - \omega)^2 \left[ 1 + \frac{(P)p}{0.76. (1 + t. 0.00375)} \right] - 1 \right\}$$

$$\omega = \frac{R}{2 \operatorname{tang.} \frac{a}{2}} + \frac{P^2}{8}$$

La réfraction  $R$  est la déviation observée corrigée du défaut de parallélisme; elle doit être prise positivement quand  $\frac{(P') p'}{(p)}$  est moindre que  $\frac{(P) p}{(p)}$ , c'est-à-dire quand le gaz intérieur réfracte moins que l'air, et négativement quand il réfracte davantage. Cela résulte de la remarque de la page 365, et l'on peut s'en assurer aisément à *posteriori* en n'ayant égard qu'à la première puissance de  $R$ ; car il faut toujours que  $(P')$  soit une quantité positive, puisque la vitesse de la lumière s'accélère toujours en passant du vide dans un corps quelconque transparent.

On peut trouver le pouvoir réfringent  $(P')$  indépendamment du défaut de parallélisme, en comparant des observations faites à diverses densités. En effet, on a

$$\frac{(P') p'}{(p')} = \left[ 1 + \frac{(P) p}{(p)} \right] \cdot (1 - \omega)^2 - 1$$

Pour une autre observation du même gaz à une densité différente, on aura, par analogie,

$$\frac{(P') p'_1}{(p')} = \left[ 1 + \frac{(P) p_1}{(p)} \right] \cdot (1 - \omega_1)^2 - 1$$

$\omega'$  étant la valeur de  $\omega$  dans cette seconde expérience, ces deux équations donnent

$$(P') \cdot \left[ \frac{\rho'}{(\rho')} - \frac{\rho'_1}{(\rho'_1)} \right] = \left[ 1 + \frac{(P)\rho}{(\rho)} \right] \cdot (1 - \omega)^2 - \left[ 1 + \frac{(P)\rho_1}{(\rho)} \right] \cdot (1 - \omega_1)^2$$

Le second membre de cette expression devient nécessairement nul quand  $\rho' = \rho'_1$ , et il se trouve multiplié par  $\omega' - \omega$ , comme on peut s'en assurer par le développement. Si l'on se borne aux premières puissances de  $R$  et de  $R_1$ , qui sont les plus influentes et presque les seules auxquelles il soit nécessaire d'avoir égard, la valeur de  $\omega - \omega_1$  seroit égale à  $\frac{R - R_1}{2 \text{ tang. } \frac{a}{2}}$ ,

par conséquent indépendante du défaut de parallélisme des faces. Or la déviation des faces étant extrêmement petite, peut se négliger dans les termes du second ordre, ou du moins il est toujours suffisant de prendre pour sa valeur celle qui est à fort peu près connue par les observations. Par conséquent, lorsque l'on aura calculé les deux pouvoirs réfringens  $\frac{(P')\rho'}{(\rho')}$  et  $\frac{(P')\rho'_1}{(\rho'_1)}$  avec une déviation des faces supposée exacte, ou même sans avoir aucun égard au défaut de parallélisme, en nommant  $A$  la première de ces valeurs et  $B$  la seconde, on aura

$$(P') = \frac{A - B}{\frac{\rho'}{(\rho')} - \frac{\rho'_1}{(\rho'_1)}}$$

et ce résultat sera indépendant du défaut de parallélisme des glaces. Ceci suppose que la déviation des faces n'a pas varié dans l'intervalle des observations que l'on compare, et c'est ce qui est toujours vrai pour le même gaz observé à des instans et dans des états de l'air peu différens. Il faut remarquer que les densités  $\rho'$  et  $\rho'_1$ , ou les pressions qui leur correspondent, ne doivent pas approcher de l'égalité; car le dénominateur de  $(P')$  devenant infini à cette limite, les erreurs que l'on auroit

commises dans l'observation affecteroient nécessairement le résultat dans une proportion fort agrandie. Il ne faut pas non plus prendre une des densités trop petite, par une raison semblable; car le pouvoir réfringent qui s'en déduiroit pourroit s'écarter considérablement de la vérité.

Ceci suppose que l'on connoît le pouvoir réfringent de l'air. La valeur peut s'en déduire des formules précédentes, en supposant  $(P') = (P)$ ; mais on peut la simplifier en remarquant que, dans les observations qui s'y rapportent,  $\rho'$  et  $p'$  sont des quantités fort petites, parce que le vide est fait presque exactement dans le prisme; en sorte qu'il n'y reste qu'une très-petite tension. De plus, on peut toujours supposer que la température du gaz extrêmement rare qui peut rester encore dans le prisme est la même que celle de l'air extérieur: ce qui donne  $t = t'$ . Alors les formules précédentes donnent

$$\frac{(P') \rho'}{(\rho)} = \left[ 1 + \frac{(P') \rho}{(\rho)} \right]. (1 - \omega)^2 - 1$$

d'où l'on tire

$$(P) = \frac{2\omega - \omega^2}{\frac{\rho - \rho'}{(\rho)} - \frac{\rho}{(\rho)} \cdot (2\omega - \omega^2)}$$

On peut, dans le dénominateur du second membre, négliger le carré de  $\omega$ , puisque le numérateur est déjà multiplié par cette quantité. De plus,  $\rho'$  étant très-petit, on peut encore négliger son produit par  $2\omega$ ; et alors l'expression précédente de  $(P)$  peut se mettre sous cette forme:

$$(P) = \frac{2\omega - \omega^2}{\left(\frac{\rho - \rho'}{\rho}\right) \cdot (1 - 2\omega)}$$

ou, en développant le dénominateur et négligeant  $\omega^2$ ,

$$(P) = \frac{2\omega + 3\omega^2}{\frac{\rho - \rho'}{(\rho)}}$$

On aura donc, pour déterminer le pouvoir réfringent de l'air, par les observations du vide, les formules

$$(P) = \frac{(2 \omega + 3 a^2) 0^m 76. (1 + t. 0.00375)}{p - p'}$$

$$\omega = \frac{R}{2 \operatorname{tang} \frac{a}{2}} + \frac{R^2}{8}$$

Au contraire si, connoissant le pouvoir réfringent, on veut trouver la déviation vraie correspondante à une observation du vide, on aura par le retour des suites

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{(P) \cdot (p - p')}{0.76. (1 + t. 0.00375)} - \frac{3}{8} \cdot \frac{(P)^2 \cdot (p - p')^2}{[0.76. (1 + t. 0.00375)]^2}$$

$$R = 2 \omega \cdot \operatorname{tang} \frac{a}{2} - \omega^2 \cdot \operatorname{tang}^3 \frac{a}{2}$$

Si la densité  $\rho'$  et la pression  $p'$  n'étoient pas extrêmement petites, on ne pourroit pas faire dans le calcul les suppositions précédentes; mais, dans tous les cas, en reprenant la formule fondamentale

$$\omega = 1 - \frac{\sqrt{1 + \frac{(P') \rho}{(\rho')}}}{\sqrt{1 + \frac{(P) \rho}{(\rho)}}}$$

on en déduira les valeurs de  $\omega$  pour chaque circonstance, et l'on aura ensuite

$$R = 2 \omega \cdot \operatorname{tang} \frac{a}{2} - \omega^2 \cdot \operatorname{tang}^3 \frac{a}{2}$$

où l'on voit que  $\omega$  et  $R$  seront positives tant que  $\frac{(P') \rho'}{(\rho')}$  sera moindre que  $\frac{(P) \rho}{(\rho)}$ , c'est-à-dire tant que le gaz intérieur réfractera moins que l'air de dehors, et les mêmes quantités seront négatives dans le cas contraire.

Ces dernières formules nous ont servi pour calculer les déviations que l'air et les gaz devoient produire à diverses densités. En effet, il est visible que  $R$  est la déviation vraie, c'est-à-dire corrigée du défaut de parallélisme des faces. En la comparant à la déviation observée, la différence doit être égale à l'erreur qui résulte du défaut de parallélisme si le pouvoir réfringent d'un même gaz est proportionnel à sa densité; or c'est ce qui a lieu très-exactement, comme on le voit par le tableau de la page 322. Il ne peut donc rester aucun doute sur cette importante propriété des fluides aériformes.

### TROISIÈME NOTE.

*Détermination du coefficient barométrique de la formule de M. Laplace, d'après les rapports des densités de l'air et du mercure.*

LES données fournies par l'expérience sont :

- 1°. Le poids de l'air contenu, sous une pression et à une température déterminées, dans un ballon d'une capacité constante;
- 2°. Le poids du mercure contenu, sous une pression et une température déterminées, dans un ballon d'une capacité pareillement constante, mais moindre que le précédent;
- 3°. Les rapports de capacité des deux ballons à une même température.

Mais comme ces diverses mesures ne peuvent pas être prises rigoureusement dans les mêmes circonstances, il est nécessaire de les y ramener d'après les lois connues des dilatations de l'air, du mercure et du verre. Pour cela nous admettrons comme données secondaires les résultats suivans :

- 1°. La dilatation de l'air parfaitement sec, depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'ébullition, la pres-

sion restant la même, est égale à 0.375 de son volume primitif; ce qui donne 0.00375 pour chaque degré du thermomètre centigrade, en comptant depuis 0 degré. C'est le résultat trouvé par Gay Lussac.

2°. La dilatation du mercure est  $\frac{1}{5412}$  pour chaque degré du thermomètre centigrade. C'est le résultat des expériences de MM. Lavoisier et Laplace; il est d'accord avec les expériences adoptées par la Société royale de Londres, lesquelles donnent  $\frac{1}{5424}$  (*Transact. philosoph.* t. LXVII). Cette dilatation est uniforme dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, depuis 0 jusqu'à 100 degrés. Ceci a été prouvé par Gay Lussac, en comparant le thermomètre à mercure et le thermomètre à air.

3°. Enfin la dilatation du verre est égale à 0.0000087572 pour chaque degré du thermomètre centigrade, dans le sens d'une seule dimension. En la triplant on aura celle du volume, qui sera par conséquent égale à 0.0000262716. C'est encore un résultat trouvé par MM. Lavoisier et Laplace.

En combinant toutes les données précédentes, on peut ramener toutes les pesées à une même pression atmosphérique, à une même température, et en conclure les rapports exacts des pesanteurs spécifiques. Nous choisirons pour cet objet la température de la glace fondante et la pression 0<sup>m</sup>76.

Soit (*X*) le poids du mercure contenu dans le petit ballon à 0 degré, ce poids étant réduit au vide. (*X*) sera égal au poids du petit ballon plein de mercure, moins le poids de l'enveloppe de verre qui forme le même ballon, plus le poids d'un volume d'air égal à sa capacité. Soit de même (*A*) le poids de l'air contenu dans le grand ballon à 0 degré, et sous la pression 0<sup>m</sup>76. Enfin, soient (*v*) et (*V*) les capacités respectives des deux ballons dans les mêmes circonstances, le rapport du poids spécifique du mercure à celui de l'air sera

$$\Delta = \frac{(X)}{(A)} \cdot \frac{(V)}{(v)}$$



Si ensuite on représente par  $M$  le module des tables logarithmiques, ou 2.30258509, par  $C$  le coefficient de la formule barométrique de M. Laplace, et par  $\Psi$  la latitude du lieu de l'observation, on aura

$$C = \frac{M. \Delta. 0^m76}{(1 + 0.002845. \cos. 2 \Psi)}$$

Cette formule peut se déduire de celle que M. Laplace a donnée dans sa *Mécanique céleste*, t. IV, p. 293.

C'est ainsi qu'il faudroit opérer si les pesées étoient faites à 0 degré, et sous la pression 0<sup>m</sup>76. Ces circonstances sont presque impossibles à obtenir avec exactitude; mais on peut aisément y réduire tous les résultats.

Commençons par le poids de l'air. Pour le déterminer on pèse le grand ballon, après y avoir fait le vide exactement; on pèse ensuite le même ballon ouvert et communiquant à l'air extérieur. Soit  $A$  la différence des poids observés; nommons  $p$  la pression de l'atmosphère exprimée en mètres,  $t$  la température en degrés du thermomètre centésimal, ces deux quantités étant supposées les mêmes dans les deux pesées; enfin, soit  $k$  la dilatation du verre, ou 0.0000262716, et  $T$  la tension de la vapeur d'eau contenue dans l'air, vapeur dont le poids est à celui de l'air comme 10 à 14, lorsque leurs tensions sont égales, le poids ( $A$ ) du volume d'air réduit à 0 et à 0<sup>m</sup>76, sera donné par la formule

$$(A) = \frac{A. 0^m76. (1 + t. 0.00375)}{(p - \frac{1}{2} T). (1 + kt)}$$

Pour évaluer la tension  $T$ , nous avons employé la formule que M. Laplace a donnée dans la *Mécanique céleste*, t. IV, p. 273; mais comme l'air n'est pas toujours saturé d'eau, nous avons réduit les tensions calculées, d'après l'indication de l'hygromètre, en faisant usage pour cela d'une table que Saussure a

382 SUR LES AFFINITÉS DES CORPS POUR LA LUMIÈRE, donnée dans son *Hygrométrie*, table qui est fondée sur des expériences, dans les termes où nous en avons fait usage.

De même, si le poids du mercure a été observé à la température  $t$ , et qu'après l'avoir réduit au vide on l'aît trouvé égal à  $X$ , on aura, en le ramenant à zéro,

$$(X) = \frac{X \left(1 + \frac{t}{5412}\right)}{(1 + kt)}$$

Telles sont les formules dont nous avons fait usage, et que nous avons appliquées aux expériences suivantes :

*Pesées de l'air atmosphérique.*

Mois de mars.	BAROM.	THERM. du barom.	TEMPÉR. de l'air.	Hygrom.	Poids du ballon vide et fermé.	Poids du ballon plein et ouvert.	Poids du volume d'air.	Poids réduit à 0 et à 0 <sup>m</sup> 76.
1	0.7609	+10.5	+10.5	89.0	1022.062	1029.013	6.951	6.2554
2	0.7632	9.6	9.75	89.0	1022.026	1029.018	6.992	7.2543
3	0.7552	11.5	11.5	89.0	1031.515	1038.389	6.874	7.2580*
6	0.7650	9.5	9.5	80.0	1031.369	1038.386	7.017	7.2479
11	0.7358	7.8	8.8	83.5	1031.621	1038.386	6.765	7.2442
12	0.7272	9.0	10.0	83.0	1031.718	1038.386	6.668	7.2580
12	0.7290	7.9	8.9	83.5	1031.679	1038.386	6.707	7.2526
12	0.7255	8.5	9.5	83.3	1031.736	1038.390	6.654	7.2462
Moyenne entre toutes les observations . . . . .								7.25215
Moyenne en négligeant l'observation du 11 mars . . . . .								7.25323
La seconde de ces deux moyennes est celle que nous avons employée ; elle ne donneroit, dans le coefficient du baromètre, qu'une différence de deux unités sur le dernier chiffre avec la précédente.								
* On a soudé le robinet au ballon, ce qui a changé son poids sans changer sa capacité.								

On a de même pesé le mercure à plusieurs reprises, avec

les précautions que nous avons décrites dans le mémoire, et sur-tout en prenant bien soin de chasser par une longue ébullition l'air et les vapeurs qui pouvoient s'être attachées au petit ballon qui le contenoit.

Dans la première opération faite le 16 mars, le ballon a été rempli de mercure à la température de 12°5, le baromètre marquant 0<sup>m</sup>7439. Sa température étoit la même que celle de l'air. Le poids du ballon plein de mercure étoit 1515<sup>s</sup>229, d'où retranchant le poids du verre qui formoit l'enveloppe, et qui étoit de 172<sup>s</sup>240, il reste 1342<sup>s</sup>989 pour le poids du mercure dans l'air.

Or nous savons par une expérience dont nous parlerons tout à l'heure, que le volume du grand ballon où l'on a pesé l'air, est à celui du petit ballon où l'on a pesé le mercure, à fort peu près comme 56.40 est à l'unité. D'ailleurs, en calculant le poids de l'air que le grand ballon contiendrait dans les circonstances précédentes, on le trouve égal à 6<sup>s</sup>756395; d'où il résulte que le poids du volume d'air déplacé par le mercure dans le petit ballon, étoit 0<sup>s</sup>11981. Cette quantité étant ajoutée à 1342<sup>s</sup>989, donne 1343<sup>s</sup>10881 pour le poids du mercure réduit au vide. C'est la valeur de X. Il ne reste plus qu'à la ramener à zéro; ce qui est facile par les formules précédentes, et l'on trouve ainsi

$$(X) = 1345<sup>s</sup>769016$$

C'est le poids absolu du mercure contenu dans le petit ballon, à la température de la glace fondante, ce poids étant réduit au vide.

Dans une autre pesée du mercure, faite avec le même ballon le 21 juillet, on a trouvé son poids égal à 1340<sup>s</sup>803, la température étant à 20°6. Le baromètre marquoit 0<sup>m</sup>7580, sa température étoit celle de l'air. D'après ces données la correction due au volume d'air déplacé est 0<sup>s</sup>118692; et l'on trouve ainsi

1341<sup>e</sup>011692 pour le poids du mercure réduit au vide. Enfin, en ramenant le poids à zéro, on a cette seconde valeur de (X)

$$(X) = 1345^e38794$$

Cette valeur diffère peu de la précédente, et nous les emploierons toutes deux successivement pour comparer les résultats qui s'en déduiront.

Il ne nous reste plus qu'à dire comment nous avons obtenu les rapports de capacité des deux ballons. Pour cela nous les avons remplis d'eau à la même température, et nous les avons pesés avec des balances très-exactes. En ôtant, des poids observés, ceux des deux enveloppes, et divisant les restes l'un par l'autre, on a le rapport de volume des deux ballons.

Ceci suppose que les deux pesées sont faites à la même pression de l'atmosphère, et c'est ce qui n'a pas toujours lieu. Ainsi le 21 juillet, ayant pesé le petit ballon plein d'eau distillée à la température de 20°1, et sous la pression de 0<sup>m</sup>76, on a trouvé le poids de cette eau égal à 98<sup>e</sup>721; et le 27 juillet, en pesant le grand ballon plein d'eau à la même température de 20.1, mais sous la pression de 0<sup>m</sup>7517, on a trouvé 5567<sup>e</sup>142 pour le poids de l'eau qu'il contenoit. Si la pression étoit égale dans les deux cas, on en déduiroit 56.39269 pour le rapport des volumes. Mais, à cause de la différence, si l'on représente par  $n$  le nombre de fois que l'air est plus léger que l'eau à cette température, les deux poids précédens réduits au vide deviendront

$$98.721 \left( 1 + \frac{0^m7517}{n. 0^m76} \right)$$

et

$$5567.142 \left( 1 + \frac{0^m7580}{n. 0^m76} \right)$$

Et si l'on fait  $n = 800$ , ce qui est à fort peu près sa valeur exacte, la correction qui en résulte est 0,0005843, et l'on trouve

alors 56.392106 pour le rapport réel des capacités des deux ballons.

Nous avons obtenu une seconde fois ce rapport par deux pesées faites le 3 août, à la même pression de 0<sup>m</sup>7589, et à la même température de 20°9; le poids de l'eau contenue dans le petit ballon s'est trouvé de 98<sup>g</sup>716, et celle du grand ballon 5568<sup>g</sup>394; ce qui donne 56.4082 pour le rapport des volumes: résultat peu différent du premier.

Maintenant si l'on calcule successivement le coefficient barométrique pour le 45° degré de latitude, d'après les deux pesées du mercure, on trouve les quatre valeurs suivantes :

	18316 <sup>m</sup> 1
	18311 <sup>m</sup> 8
	18321 <sup>m</sup> 3
	18317 <sup>m</sup> 0
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
Moyenne . . . .	18316 <sup>m</sup> 6

La moyenne de ces quatre expériences ne diffère que de six unités sur le dernier chiffre avec celle qui s'en écarte le plus. Cela répond à une différence d'un mètre sur la hauteur de Chimborazo.

Cette valeur est calculée pour l'air parfaitement sec. Elle seroit moindre si l'air étoit humide; car la vapeur d'eau pesant moins que l'air à tension égale, un même abaissement dans le baromètre répond à une plus grande différence de niveau. Pour calculer la correction qui en résulte dans le coefficient barométrique, conservons toujours la température zéro et la pression 0<sup>m</sup>76. Mais supposons l'air saturé d'humidité. Dans ce cas la tension de la vapeur est 0<sup>m</sup>0051, d'après la formule de M. Laplace, et conformément aux expériences de Dalton; par conséquent, si elle pesoit autant que l'air, elle feroit les  $\frac{1}{7600}$  de son poids; mais, comme sa pesanteur relative est  $\frac{1}{14}$ , il s'ensuit que sa substitution dans l'air y produit seulement une dimi-

nution de poids égale à  $(1 - \frac{10}{14}) \cdot \frac{5}{7600}$ , ou  $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{7600}$ , c'est-à-dire à peu près  $\frac{1}{521}$ . Le coefficient barométrique s'accroît dans le même rapport, c'est-à-dire de 35.2, ce qui le porte à 18351<sup>m8</sup>.

M. Ramond a trouvé ce coefficient égal à 18336. Cette valeur est plus grande que 18316.6, qui convient à l'air sec, et moindre que 18351.8, qui convient à l'air saturé d'humidité; mais elle coïncide avec la moyenne, qui est 18334. En effet, le résultat de M. Ramond doit se trouver entre ces extrêmes, puisqu'il est déduit d'un grand nombre d'observations faites dans des états différens de l'air.

En général, si l'on adopte les résultats précédens, le coefficient barométrique de la formule de M. Laplace sera 18316.6 pour l'air parfaitement sec, et  $\frac{18316.6}{(1 - \frac{2}{7}) \frac{T}{0.0076}}$  pour l'air hu-

mide,  $T$  étant la tension de la vapeur d'eau qui s'y trouve réellement. Cette tension peut se déduire de la formule de M. Laplace, dans le cas de l'humidité extrême, et dans les autres cas il faut la réduire d'après l'indication de l'hygromètre, suivant une loi qui n'a point encore été déterminée en général par des expériences exactes. En employant cette réduction on pourroit se servir du coefficient de la dilatation 0.00375, qui convient à l'air sec.

M. Laplace a compris la correction  $\frac{2}{7} \cdot \frac{T}{0.0076}$ , relative à la vapeur d'eau, dans le coefficient de la dilatation, qu'il a pris égal à  $\frac{1}{250}$ ; et en effet la somme des deux termes  $\frac{2}{7} \cdot \frac{T}{0.0076} + \frac{t+t'}{2} \cdot 0.00375$ , est toujours, à fort peu près, égale à  $\frac{t+t'}{2} \cdot 0.004$ , ou  $2 \frac{t+t'}{1000}$ , du moins dans les limites où se font ordinairement les observations.

Les expériences que je viens de rapporter dans cette note font encore connoître les rapports des poids du mercure et de

Fig. 6.

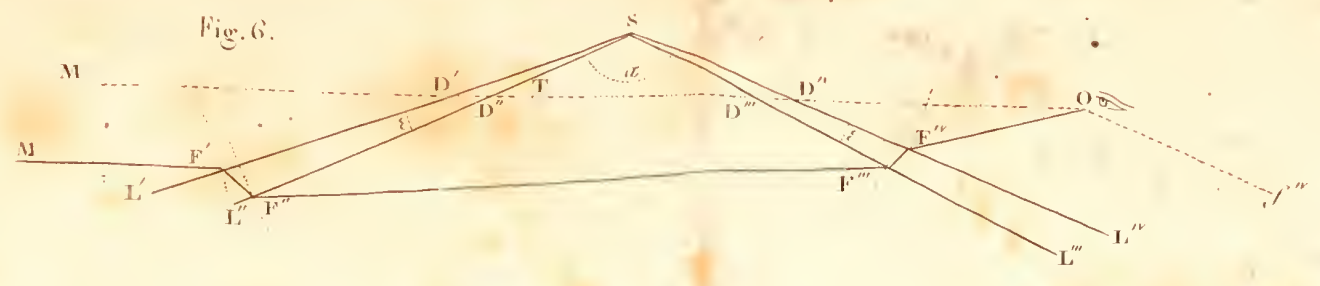


Fig. 7.

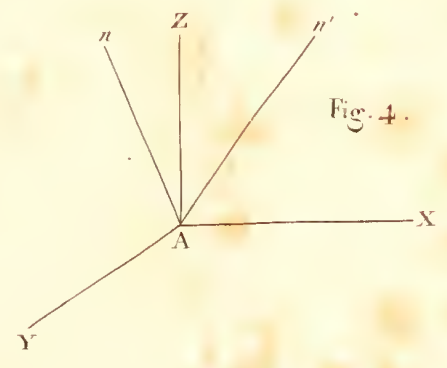


Fig. 4.

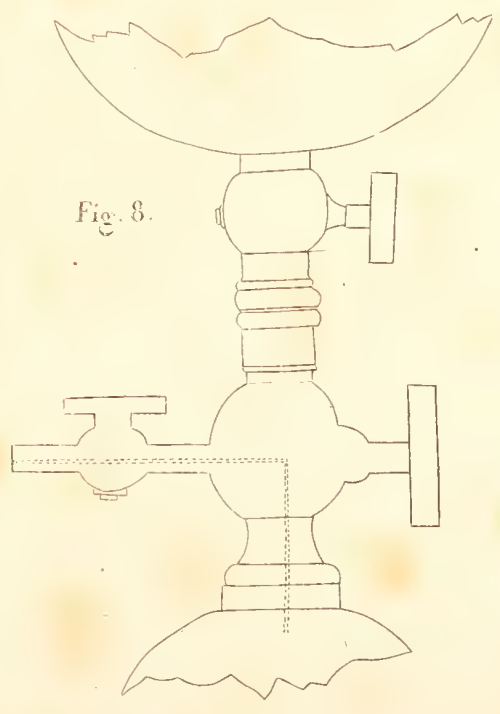


Fig. 8.



Fig. 9.

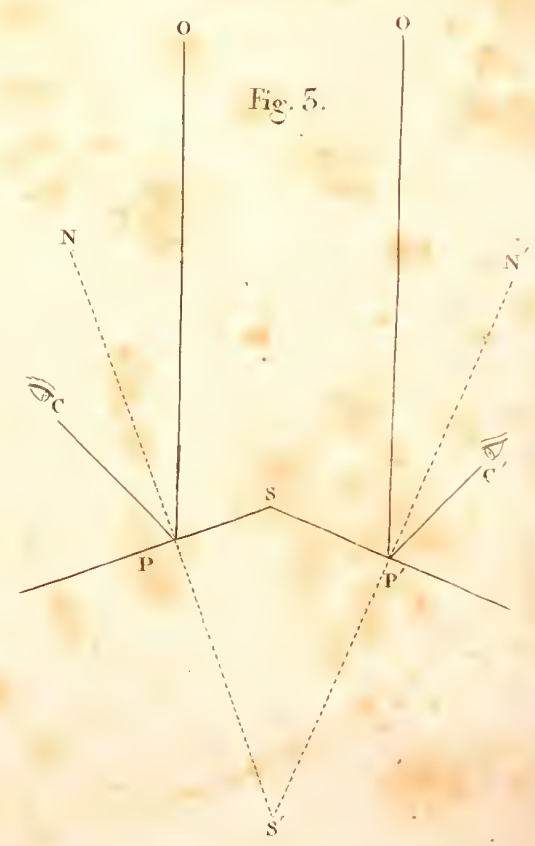


Fig. 5.

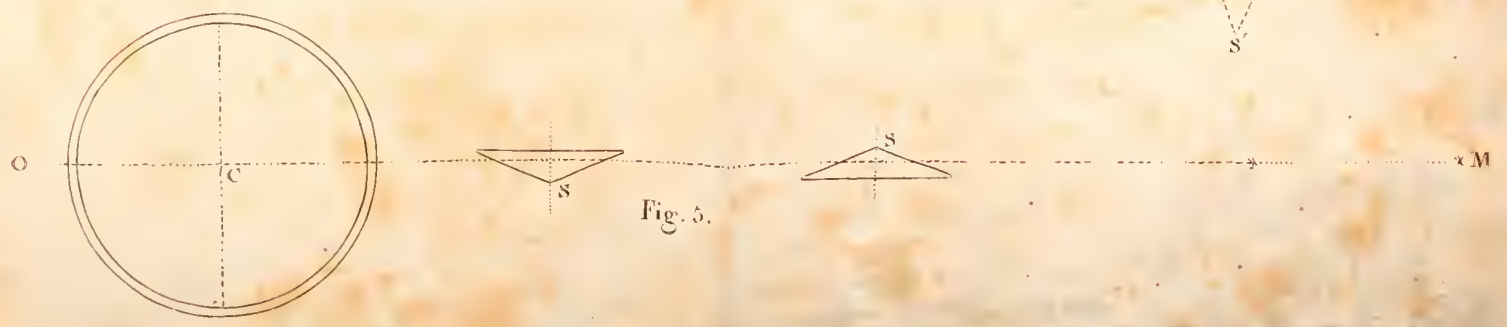


Fig. 5.





l'air; car ce rapport est la quantité que nous avons représentée par  $\Delta$ . En la calculant successivement par les quatre expériences, on lui trouve les valeurs suivantes :

	10462.6
	10461.1
	10463.0
	10465.5
	<hr style="width: 100%;"/>
Moyenne . . . .	10463.0

C'est la pesanteur du mercure à zéro et à  $0^m76$  pour la latitude de Paris, la densité de l'air sec étant prise pour unité. En réduisant cette valeur au  $45^e$  degré de latitude, elle devient 10466.8.

Il seroit facile de comparer ces résultats au poids de l'eau pris à la même température, si l'on avoit des expériences exactes sur la dilatation de ce liquide vers les degrés où nous avons opéré; mais comme il n'en existe point qui soient assez certaines, nous sommes forcés de remettre cette recherche à un autre temps. Nous nous bornerons à dire par approximation qu'à la température de zéro, et sous la pression  $0^m76$ , la pesanteur spécifique de l'air doit être peu différente de  $\frac{1}{773}$ , et celle du mercure de 13.599, la densité de l'eau étant prise pour unité.













